



علم برای یک ملت مهم‌ترین ابزار آبرو، پیشرفت و اقتدار است. «امام‌خاندانی (ره)»

دفترچه سؤالات مرحله دوم سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

## سی و ششمین دوره المپیاد کامپیوتر

نوع آزمون: تشریحی	مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه
تعداد سؤالات: ۴	

استفاده از هر نوع ماشین حساب ممنوع است.

توضیحات مهم

۱. بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و همه برگه‌های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید. در صورت هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
۲. یک عدد پاسخ‌برگ در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
۳. پاسخ‌برگ به صورت نیمه خودکار تصحیح می‌شود. بنابراین از مجاله و کثیف کردن آن جدا خودداری نمایید.
۴. از مخدوش کردن بارکدها و مربع‌ها در چهارگوشه صفحه در دفترچه پاسخ‌برگ جداً خودداری کنید. در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.
۵. تصحیح برگه آزمون تشریحی، منوط به کسب حد نصاب مورد نظر کمیته علمی در آزمون تستی روز اول است.
۶. سوالات ترتیب خاصی ندارند و لزوماً از ساده به سخت نیستند. شخصیت، نام‌ها و داستان سوالات صرفاً برای جذابیت بیشتر افزوده شده‌اند و لزوماً ربطی به حل سوالات ندارند.
۷. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپتاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد تعلق محسوب خواهد شد.
۸. دفترچه سؤالات باید همراه پاسخ‌برگ تحویل داده شود.
۹. این دفترچه شامل ۴ سوال تشریحی و با احتساب جلد ۳ برگ است.

**مسئله‌ی ۱. ابوموسی** ..... (۱۸ نمره)

تنب کوچک و تنب بزرگ باهم روی یک جدول  $۱۴۰۵ \times ۱$  بازی می‌کنند. در ابتدای بازی، تمام خانه‌های جدول خالی هستند.

در هر مرحله، تنب کوچک یک مستطیل  $۲ \times ۱$  خالی از جدول را انتخاب می‌کند و تنب بزرگ یکی از دو خانه‌ی آن را پر می‌کند. این کار آن‌قدر ادامه پیدا می‌کند تا دیگر تنب کوچک نتواند مستطیلی انتخاب کند. تنب کوچک می‌خواهد در انتها تعداد خانه‌های پر شده کمینه شود و تنب بزرگ می‌خواهد تعداد این خانه‌ها بیشینه شود.

اگر هر دو برای رسیدن به هدفشان به بهترین شکل ممکن بازی کنند، در نهایت چه تعداد از خانه‌ها پر خواهد بود؟

**مسئله‌ی ۲. آتروپاتن** ..... (۲۰ نمره)

در سرزمین آتروپاتن ۱۴۰۵ شهر وجود دارد. بین ۱۴۰۴ جفت از این شهرها جاده وجود دارد، به طوری که می‌توان به وسیله‌ی آن‌ها از هر شهری به هر شهر دیگر سفر کرد. نقشه‌ی این سرزمین گم شده است و ما نمی‌دانیم بین کدام شهرها جاده وجود دارد.

به هر نقشه‌ای که این شرایط را داشته باشد، یک «نقشه‌ی ممکن» برای آتروپاتن می‌گوییم. در یک نقشه‌ی ممکن برای آتروپاتن، یک زیرمجموعه‌ی ناتهی از شهرها «خودکفا» نامیده می‌شود اگر بین هر دو شهر داخل آن، بتوان بدون عبور از شهرهای خارج آن سفر کرد. توجه داشته باشید که هر شهر به تنهایی نیز یک مجموعه‌ی خودکفا محسوب می‌شود. «ارزش» هر نقشه‌ی ممکن برای آتروپاتن، تعداد زیرمجموعه‌های خودکفای متمایز در آن است.

الف) کمترین ارزش میان تمام نقشه‌های ممکن برای آتروپاتن چند است؟ (۱۰ نمره)

ب) بیشترین ارزش میان تمام نقشه‌های ممکن برای آتروپاتن چند است؟ (۱۰ نمره)

**مسئله‌ی ۳. هرمز** ..... (۲۰ نمره)

روباهی نامرئی داخل یکی از خانه‌های یک جدول  $۱۴۰۵ \times ۱$  قرار دارد. هرمز می‌خواهد روباه را شکار کند، ولی از موقعیت آن آگاه نیست.

در هر مرحله، هرمز به یکی از خانه‌های جدول شلیک می‌کند. اگر روباه در آن خانه باشد، شکار می‌شود. در غیر این صورت، روباه به خانه‌ی مجاور فرار می‌کند که فاصله‌اش را از خانه‌ای که در این مرحله به آن شلیک شده بیشتر می‌کند. اگر روباه داخل یکی از خانه‌های ابتدا یا انتهای جدول باشد، در جای خود ثابت می‌ماند.

هرمز حداقل چند شلیک لازم دارد تا همواره بتواند روباه را شکار کند؟

**مسئله‌ی ۴. به یاد میناب** ..... (۲۲ نمره)

یک جدول  $۸ \times ۸$  داریم که می‌خواهیم خانه‌های آن را با کاشی‌های  $۱ \times ۱$  و  $k \times ۱$  بپوشانیم. در این‌جا،  $k$  عددی طبیعی است و مقدار آن برای کاشی‌های مختلف می‌تواند متفاوت باشد.

این کاشی‌کاری باید به گونه‌ای انجام شود که هر خانه‌ی جدول توسط دقیقاً یک کاشی پوشانده شده باشد و به ازای هر مربع  $۲ \times ۲$  از جدول، دقیقاً از ۳ کاشی متفاوت برای پوشاندن خانه‌های آن استفاده شده باشد.

الف) حداقل تعداد کاشی برای انجام این کار چیست؟ (۱۱ نمره)

ب) حداکثر تعداد کاشی برای انجام این کار چیست؟ (۱۱ نمره)