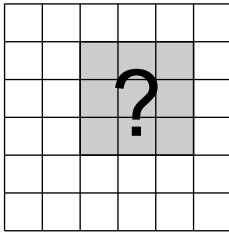


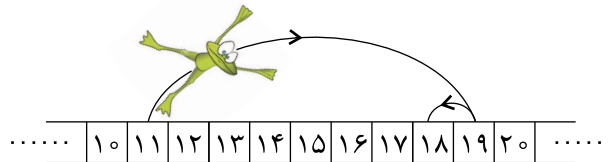
مرحله‌ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس دوم)
مسئله‌ی ۱: مربع مخفی ۲۵ امتیاز



احمد یک زیرجدول 3×3 از جدول 6×6 مقابل را انتخاب کرده‌است. علی قصد دارد با تعدادی پرسش محل این مربع را کشف کند. او در هر نوبت می‌تواند به یکی از خانه‌های جدول اشاره کند و از احمد بپرسد که آیا این خانه در مربع مورد نظر او قرار دارد یا خیر. کمترین تعداد پرسش‌های لازم برای آن که علی بتواند مکان مربع احمد را کشف کند چند تا است؟ برای اثبات ادعای خود، باید یک روش ارائه دهید و نیز نشان دهید با کمتر از این تعداد سوال نمی‌توان همیشه به جواب رسید.

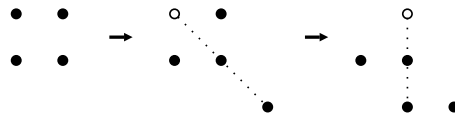
مسئله‌ی ۲: قورباغه‌ی پهلوان ۲۵ امتیاز

یک قورباغه‌ی پهلوان روی محور اعداد صحیح قرار گرفته است. او در هر جهش می‌تواند به اندازه‌ی توانی از ۲ به چپ یا راست بپرد. به عنوان مثال او می‌تواند با دو جهش از ۱۱ به ۱۸ برسد: ابتدا با یک جهش از ۱۱ به ۱۹ و در جهش بعدی از ۱۹ به ۱۸ می‌پرد. نشان دهید دو عدد صحیح a, b وجود دارند که او نمی‌تواند با کم‌تر از ۱۰۰ جهش از a به b برسد.

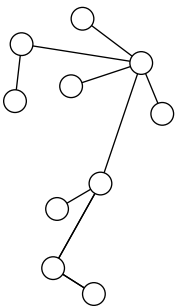


مسئله‌ی ۳: چهار ملخ جهنده ۲۵ امتیاز

چهار ملخ در چهار راس یک مربع بر روی صفحه قرار گرفته‌اند. هر بار یکی از ملخ‌ها با یک جهش از روی ملخ دیگری می‌پرد و در نقطه‌ی مقابل (قرینه‌ی مکان قبلی خود نسبت به مکان ملخ دیگر) فرود می‌آید. آیا ممکن است بعد از مدتی ملخ‌ها روی چهار راس یک مربع بزرگتر قرار بگیرند؟ (مربع بزرگتر ممکن است دوران یافته باشد).



مسئله‌ی ۴: درخت رنگارنگ ۲۵ امتیاز

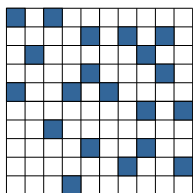


منظور از «درخت» تعدادی دایره است که با پاره‌خط‌هایی به هم متصل شده‌اند طوری که پاره‌خط‌ها همدیگر را قطع نمی‌کنند و بین هر دو دایره دقیقاً یک مسیر از طریق پاره‌خط‌های واصل وجود دارد. مریم و مینا بازی «رنگ آمیزی» زیر را بر روی یک درخت دل‌خواه انجام می‌دهند: با شروع از مریم، هر کس در نوبت خود یکی از دایره‌هایی که هنوز رنگ نشده را با یکی از ۶ رنگ قرمز، آبی، سبز، زرد، بنفش یا نارنجی رنگ می‌کند ولی باید رنگی که انتخاب می‌کند با رنگ هیچ‌کدام از دایره‌هایی که با یک پاره‌خط به این دایره متصل هستند و تا کنون رنگ شده‌اند یکی نباشد. مینا می‌خواهد بازی را به بن‌بست بکشاند یعنی وضعیتی ایجاد کند که هنوز دایره‌ی رنگ نشده‌ای وجود داشته باشد ولی حرکت دیگری ممکن نباشد. نشان دهید مریم می‌تواند با یک روش بازی خوب، مینا را ناکام بگذارد!

موفق باشید!

مرحله‌ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس دوم)

مسئله‌ی ۵: رنگ آمیزی پراکنده ۲۵ امتیاز



یک رنگ آمیزی از خانه‌های یک جدول با دورنگ سیاه و سفید را «پراکنده» می‌گوییم اگر هیچ دو خانه سیاه در یک ضلع مشترک نباشند. نشان دهید تعداد رنگ آمیزی‌های پراکنده‌ی جدول 10×10 از 10^{15} بیشتر و از 10^{25} کمتر است.

مسئله‌ی ۶: سطل‌ها و توپ‌ها ۲۵ امتیاز

100 سطل در یک ردیف کنار هم قرار گرفته‌اند و 50 توپ درون آن‌ها پخش شده است. هر باریکی از سطل‌ها را انتخاب می‌کنیم و اگر k توپ درون آن بود آن‌ها را خارج کرده و بین k سطل دل‌خواه دیگر توزیع می‌کنیم طوری که به هر سطل یک توپ اضافه شود. نشان دهید در هر 20 حرکت متوالی ناچاریم دست‌کم یک بار به سراغ سطلی با کمتر از 10 توپ برویم.



مسئله‌ی ۷: ساختمان روشنایی ۲۵ امتیاز

ساختمان روشنایی تعداد زیادی چراغ و کلید دارد. هر کلید به بعضی از چراغ‌ها متصل است و با زدن آن وضعیت همه‌ی آن چراغ‌ها تغییر می‌کند (یعنی اگر خاموش بودند روشن و اگر روشن بودند خاموش می‌شوند). در ضمن میدانیم که هر چراغ دست‌کم به یک کلید متصل است. نشان دهید اگر در ابتدا همه‌ی چراغ‌ها خاموش باشند می‌توان با زدن بعضی از کلیدها به حالتی رسید که بیش از نیمی از چراغ‌ها روشن باشند.

مسئله‌ی ۸: رشته‌های مشابه ۲۵ امتیاز

مرتضی n کارت و کیان 1 کارت دارند که روی هر یک از آن‌ها یک رشته از صفر و یک به طول l نوشته شده است. در بین کارت‌های مرتضی، دست‌کم یک کارت وجود دارد که رشته‌ی آن با رشته‌ی نوشته‌شده روی کارت کیان کمتر از d رقم اختلاف دارد. منظور از اختلاف دورشته، تعداد رقم‌های متفاوت در آن‌ها است، مثلاً اختلاف دورشته‌ی 101101 و 001111 برابر 2 است زیرا در اولین و پنجمین رقم (از سمت چپ) تفاوت دارند. هدف مرتضی این است که با تعداد کمی پرسش، کاردی را پیدا کند که اختلاف رشته‌ی آن با رشته‌ی کارت کیان کمتر از d رقم باشد.

هر بار مرتضی یک عدد i انتخاب می‌کند و کیان رقم i ام رشته‌ی خود را به او می‌گوید. ثابت کنید مرتضی می‌تواند با کمتر از nd پرسش کارت مورد نظرش را پیدا کند.

موفق باشید!