



مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچه سؤالات مرحله اول سال ۱۴۰۴
سی و ششمین دوره المپیاد کامپیوتر

تعداد سؤالات	مدت آزمون
۲۰ سؤال	۱۵۰ دقیقه

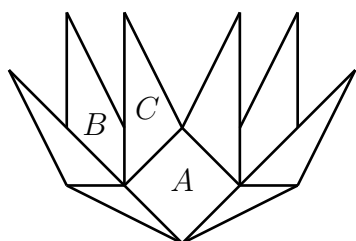
نام:	نام خانوادگی:	شماره صندلی:
------	---------------	--------------

توضیحات مهم

استفاده از هر نوع ماشین حساب **ممنوع** است.

۱. بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و همه برگه‌های دفترچه سؤالات را بررسی نمایید. در صورت هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
۲. یک عدد پاسخ‌برگ در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته‌شده در پایین پاسخ‌برگ را با مداد مشکی تکمیل کنید.
۳. پاسخ‌برگ توسط دستگاه تصحیح می‌شود، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید. همچنین، پاسخ هر سوال را با مداد مشکی نرم در محل مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
۴. دفترچه سؤالات باید همراه پاسخ‌برگ تحویل داده شود.
۵. پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره منفی دارد.
۶. نشانی تارنمای المپیاد کامپیوتر ایران inoi.ir است.

- زمان آزمون ۱۵۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سؤال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها در هر سؤال به صورت تصادفی است.
- سؤال‌های ۱۹ و ۲۰ در یک دسته‌ی دوسؤالی آمده است و قبل از آن دسته، توضیح مربوطه ارائه شده است.



۱ پیکاسو می‌خواهد گلی را که در شکل مقابل رسم شده است رنگ‌آمیزی کند. این شکل از ۹ ناحیه‌ی بسته تشکیل شده است. به دو ناحیه‌ی متفاوت که در حداقل دو نقطه مشترک باشند، مجاور می‌گوییم. برای مثال، ناحیه‌های B و C مجاورند، اما A و B مجاور نیستند. پیکاسو به یک رنگ‌آمیزی منسجم می‌گوید اگر برای هر ناحیه، در میان ناحیه‌های مجاور آن، حداکثر دو رنگ متفاوت وجود داشته باشد. حداکثر چند رنگ متفاوت می‌توان برای رنگ‌آمیزی منسجم شکل مقابل به کار برد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۸ (۵) ۴

۲ در یک جدول 3×3 تمام اعداد ۱ تا ۹ را نوشته‌ایم. به دو خانه از جدول مجاور می‌گوییم، اگر یک ضلع مشترک داشته باشند. می‌دانیم که جمع اعداد نوشته شده در هر دو خانه‌ی مجاور از این جدول، حداکثر ۱۱ است. مجموعه‌ی همه‌ی مقادیر ممکن که می‌توانند در خانه‌ی وسط جدول نوشته شوند، کدام است؟

- (۱) $\{3, 5, 7\}$ (۲) $\{5, 7\}$ (۳) $\{5\}$ (۴) $\{5, 6, 7\}$ (۵) $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

۳ چند ۵ تایی مرتب از اعداد طبیعی مانند $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ وجود دارد که در شرایط زیر صدق کند؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$$

• دقیقاً ۳ عدد از میان $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ مضرب ۵ باشند.

برای مثال دو ۵ تایی مرتب $(5, 5, 5, 8, 7)$ و $(7, 8, 5, 5, 5)$ در شرایط خواسته شده صدق می‌کنند.

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۵۶۰ (۴) ۲۰۰ (۵) ۶۰۰

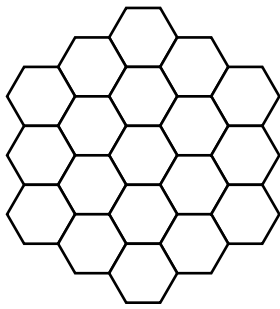
۴ دور یک دایره ۷ صندلی چیده شده است و ۷ نفر با شماره‌های ۱ تا ۷ روی این صندلی‌ها نشسته‌اند. علی قصد دارد تعدادی از این افراد را از جای خود بلند کند تا بتوان افراد نشسته را به دو گروه قرمز و آبی تقسیم کرد، به طوری که شرایط زیر برقرار باشد:

• در گروه قرمز، هیچ دو نفری روی صندلی‌های مجاور نباشند.

• در گروه آبی، هر دو نفری روی صندلی‌های مجاور باشند.

او می‌خواهد این کار را به گونه‌ای انجام دهد که کمترین تعداد ممکن افراد از صندلی‌های خود بلند شوند. این مقدار کمینه چقدر است و به چند روش می‌توان افراد ایستاده را انتخاب کرد؟

- (۱) ۳ و ۷ (۲) ۱ و ۷ (۳) ۲ و ۱۴ (۴) ۳ و ۱۴ (۵) ۲ و ۷



۵ زنبورک می‌خواهد کندوی خود را که به شکل روبرو است تزئین کند و علی که از خوشحالی او بیزار است، می‌خواهد مانع انجام این کار شود. در هر مرحله، زنبورک یکی از خانه‌های کندو را تزئین می‌کند، سپس علی تعدادی از خانه‌هایی که با آن خانه ضلع مشترک دارند و تزئین نشده‌اند را انتخاب می‌کند و در آن‌ها حشره‌کش می‌زند. با این کار زنبورک دیگر نمی‌تواند آن خانه‌ها را تزئین کند. این روند تا زمانی که زنبورک نتواند خانه‌ی جدیدی را تزئین کند ادامه می‌یابد. حداکثر تعداد خانه‌هایی که او می‌تواند مطمئن باشد در هر صورت تزئین می‌کند، چقدر است؟

- ۶ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴) ۷ (۵)

۶ به دنباله‌ای از اعداد «تصاعد حسابی» می‌گوییم اگر اختلاف هر دو عضو متوالی آن، مقدار ثابتی باشد. عدد طبیعی x را خوب می‌نامیم، اگر یک تصاعد حسابی از اعداد حقیقی به طول ۱۲ وجود داشته باشد که دقیقاً x عضو آن عدد طبیعی باشند. برای مثال، دنباله‌ی زیر یک تصاعد حسابی از اعداد حقیقی به طول ۱۲ است که دقیقاً ۶ عضو آن عدد طبیعی هستند:

$\{1, 2/5, 4, 5/5, 7, 8/5, 10, 11/5, 13, 14/5, 16, 17/5\}$

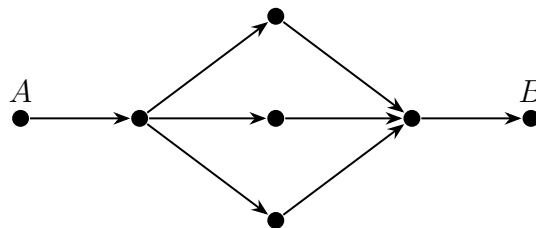
پس ۶ عددی خوب است. کوچک‌ترین عدد طبیعی k را بیابید که k خوب نباشد.

- ۵ (۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۱ (۵)

۷ مجموعه‌ی $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ را در نظر بگیرید. برای هر زیرمجموعه‌ی دلخواه $S \subseteq A$ ، $f(S)$ را برابر با تعداد اعداد طبیعی $i \in A$ تعریف می‌کنیم که حداقل یکی از اعداد i یا $i + 1$ در S باشد. برای مثال، اگر $S = \{1, 2, 7, 10\}$ باشد، آنگاه $f(S) = 6$ است. مجموع $f(S)$ برای تمام زیرمجموعه‌های S از A چقدر است؟

- ۷۴۲۴ (۱) ۱۰۲۴۰ (۲) ۸۱۹۶ (۳) ۲۰۴۸ (۴) ۵۱۲۰ (۵)

۸ در شکل زیر ۳ مسیر جهت‌دار از A به B وجود دارد. می‌خواهیم نقاط شکل را با اعداد ۱ تا ۷ شماره‌گذاری کنیم، به نحوی که از هر عدد دقیقاً یک بار استفاده شود. به ازای هر کدام از $7!$ روش شماره‌گذاری، تعداد مسیرهایی از A به B که در دنباله‌ی اعداد آن‌ها عدد ۲ بلافاصله پس از عدد ۳ ظاهر شده است را یادداشت می‌کنیم. جمع اعداد یادداشت‌شده چقدر است؟



- ۹۶۰ (۱) ۷۲۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۸۰ (۴) ۱۴۴۰ (۵)

دو عدد دودویی 9 رقمی $x = (x_8 \dots x_1 x_0)_2$ و $y = (y_8 \dots y_1 y_0)_2$ را در نظر بگیرید. هر رقم از این اعداد می‌تواند مقدار 0 یا 1 داشته باشد. هربار می‌توانیم عملیات چرخونک را روی این دو عدد انجام دهیم. در این عملیات، ابتدا یک عدد دلخواه مانند $0 \leq i \leq 7$ انتخاب می‌کنیم و سپس ترتیب ارقام دو عدد x و y را در جایگاه‌های i و $i+1$ ام به صورت زیر تغییر می‌دهیم.

x_8	$\dots$	x_{i+1}	x_i	$\dots$	x_1	x_0
y_8	$\dots$	y_{i+1}	y_i	$\dots$	y_1	y_0



x_8	$\dots$	y_{i+1}	x_{i+1}	$\dots$	x_1	x_0
y_8	$\dots$	y_i	x_i	$\dots$	y_1	y_0

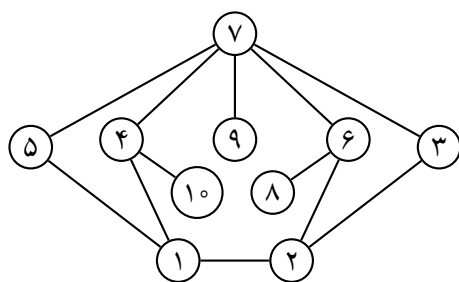
می‌خواهیم با انجام تعداد دلخواهی عملیات چرخونک روی دو عدد x و y کاری کنیم که حاصل جمع آن‌ها بیشترین مقدار ممکن شود. اگر در ابتدا $x = (101101010)_2$ و $y = (100110110)_2$ باشد، این مقدار بیشینه چقدر است؟

- ۷۳۶ (۵) ۶۷۲ (۴) ۹۹۲ (۳) ۸۱۶ (۲) ۹۱۴ (۱)

سارا تابلوی زیر را به مناسبت برگزاری آزمون‌های المپیاد امسال آماده کرده است. او دو کاشی 4×1 ، یک کاشی 3×1 ، دو کاشی 2×1 و دو کاشی 1×1 دارد. هدف سارا این است که کاشی‌ها را به‌گونه‌ای روی شکل بچیند تا در نهایت فقط کلمات جمله‌ی «به مرحله‌ی اول سی و ششمین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر خوش آمدید» روی تابلو نمایش داده شود. او به چند روش متفاوت می‌تواند این کار را انجام دهد؟ کاشی‌های هم‌اندازه یکسان در نظر گرفته می‌شوند و هر کاشی را می‌توان در صورت نیاز دوران داد.

به	مرحله‌ی اول	دومین	چهل و چهارمین	هفتمین	یازدهمین
سی و نهمین	دهمین	سی و ششمین	هشتمین	بیست و دومین	هفدهمین
دوره‌ی	فیزیک	المپیاد	انجوم و اخترفیزیک	کامپیوتر	سواد رسانه‌ای
هوش مصنوعی	جغرافیا	علوم و فناوری نانو	علوم زمین	خوش آمدید	شیمی

- ۱۰ (۵) ۲۲ (۴) ۱۸ (۳) ۱۴ (۲) ۶ (۱)



در مدرسه‌ای ۱۰ دانش‌آموز با شماره‌های ۱ تا ۱۰ داریم که روابط دوستی میان آن‌ها به شکل روبرو است. دو نفر با یکدیگر دوست‌اند اگر و تنها اگر شماره‌های متناظر آن‌ها، در شکل به یکدیگر متصل باشند (واضح است که دوستی یک رابطه‌ی دوطرفه است).

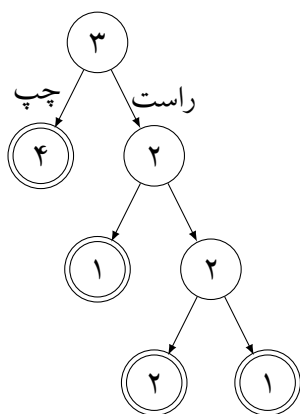
قرار است این دانش‌آموزان به صورت تک به تک به دفتر مدیر مدرسه بروند. می‌دانیم هر دانش‌آموزی که به دفتر مدیر می‌رود، به اندازه‌ی مجموع شماره‌ی تمام دوستانش که هنوز به دفتر نرفته‌اند

دلگرم می‌شود. برای مثال، اگر ابتدا دانش‌آموز شماره‌ی ۱۰ به دفتر مدیر برود، چون تنها دوست او دانش‌آموز شماره‌ی ۴ است، به اندازه‌ی ۴ واحد دلگرم خواهد شد. سپس اگر نفر بعدی دانش‌آموز شماره‌ی ۴ باشد، از آن‌جا که دو دوست دیگر او یعنی ۱ و ۷ هنوز به دفتر نرفته‌اند، $1 + 7 = 8$ واحد دلگرم خواهد شد. دانش‌آموزان می‌خواهند به ترتیبی به دفتر مدیر بروند که در پایان، مجموع دلگرمی آن‌ها بیشترین مقدار ممکن باشد. این مقدار بیشینه چقدر است؟

۴۰ (۵) ۵۵ (۴) ۱۲۶ (۳) ۷۵ (۲) ۶۰ (۱)

۱۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۰ روی یک دایره به ترتیب ساعتگرد قرار دارند و یک توپ در دست فرد شماره ۱ است. در هر مرحله، فرد دارنده‌ی توپ می‌تواند توپ را به یکی از دو فرد مجاور خود بدهد. توپ به گونه‌ای مبادله می‌شود که بین هر دو نفر، توپ در مجموع حداکثر ۲ بار رد و بدل شده باشد. چند روش متفاوت برای رساندن توپ به فرد شماره ۶ وجود دارد؟ دو روش باهم متفاوت هستند، اگر دنباله‌ی شماره‌های افرادی که به ترتیب توپ را دریافت می‌کنند، در آن دو روش متفاوت باشد. برای مثال، دنباله‌ی (۶, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱, ۲, ۳, ۲, ۱) یک روش مجاز برای رساندن توپ به فرد شماره ۶ است.

۴۲ (۱) ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) ۷۲ (۴) ۳۰ (۵)



یک لانه‌ی مورچه، مطابق شکل روبرو، شامل ۷ بخش اصلی است. در هر بخش عددی صحیح نوشته شده است که گردونه‌ی آن بخش نامیده می‌شود. ۴ بخش لانه که با دو دایره‌ی تو در تو مشخص شده‌اند را پایانه می‌نامیم. در ابتدا، مورچه در بخش بالایی لانه، با گردونه‌ی ۳، قرار دارد و جهت او به سمت راست است.

در هر مرحله، مورچه مطابق زیر حرکت می‌کند:

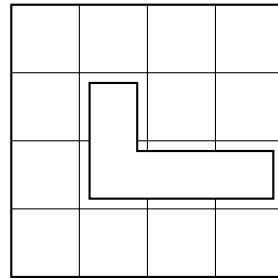
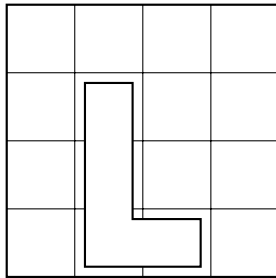
- ابتدا گردونه‌ی بخشی که در آن قرار دارد را می‌خواند و به آن مقدار، جهت خود را تغییر می‌دهد (از راست به چپ و از چپ به راست).
- سپس در همان جهت به بخش پایینی مربوطه حرکت می‌کند.

این فرآیند تا زمانی ادامه می‌یابد که مورچه به یک پایانه برسد. برای مثال، اگر گردونه‌ها تغییری نکنند، مورچه در نهایت در پایانه‌ی سمت چپ بخش اولیه، با گردونه‌ی ۴، متوقف می‌شود. می‌خواهیم دقیقاً دو واحد به گردونه‌ها اضافه کنیم. در چند حالت مختلف انجام این تغییر، مورچه در نهایت روی پایانه‌ای با گردونه‌ی فرد متوقف می‌شود؟ دو حالت متفاوت محسوب می‌شوند اگر گردونه‌ی حداقل یکی از بخش‌ها در این دو حالت متفاوت باشد.

۱۲ (۱) ۸ (۲) ۱۱ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (۵)

۱۴

پیمان یک سکه را در یکی از خانه‌های یک جدول 4×4 پنهان کرده است. جبار از محل سکه بی‌اطلاع است، اما دستگاه فلزیابی دارد که می‌تواند به کمک آن محل سکه را پیدا کند. در هر مرحله، جبار می‌تواند دستگاه را روی ۴ خانه‌ی جدول که به صورت یک L قرار گرفته‌اند بگذارد. او می‌تواند دستگاه را بچرخاند یا وارونه کند (برای مثال دو تا از حالت‌های قرارگیری دستگاه در شکل نشان داده شده است). اگر سکه در یکی از این ۴ خانه باشد، دستگاه بوق می‌زند و اگر نباشد، دستگاه هیچ واکنشی نشان نمی‌دهد. جبار حداقل چند بار باید از دستگاه استفاده کند تا به طور تضمینی بتواند محل سکه را مشخص کند؟



۶ (۵)

۷ (۴)

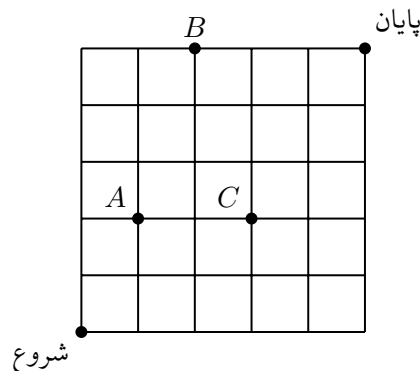
۵ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

در سیاره‌ی جهش‌کنندگان، تعدادی پورتال وجود دارد که امکان جابه‌جایی آنی بین نقاط مشخصی از این سیاره را فراهم می‌کنند. شکل زیر، بخشی از این سیاره را نشان می‌دهد:

۱۵



طبق شکل، سه پورتال در نقاط A ، B و C قرار دارند. پارسا که در این سیاره زندگی می‌کند، می‌خواهد از نقطه‌ی شروع (نقطه‌ی پایین چپ) به نقطه‌ی پایان (نقطه‌ی بالا راست) برسد. او در مسیر خود، در هر مرحله می‌تواند یکی از سه حرکت زیر را انجام دهد:

- یک واحد به سمت بالا حرکت کند.
 - یک واحد به سمت راست حرکت کند.
 - اگر روی یک پورتال قرار داشت، می‌تواند از آن استفاده کند و به یکی از دو پورتال دیگر منتقل شود.
- اگر پارسا حداکثر یک بار بتواند از پورتال‌ها استفاده کند، تعداد مسیرهای متفاوتی که می‌تواند با پیمایش آن‌ها از نقطه‌ی شروع به نقطه‌ی پایان برسد چقدر است؟

۱۳۳۸ (۵)

۲۵۲ (۴)

۱۸۴۲ (۳)

۱۵۶۴ (۲)

۱۵۹۰ (۱)

۱۶

				پایان
شروع				

در شکل روبرو، جدولی 5×5 داریم که هر خانه‌ی آن با یکی از دو رنگ سیاه یا سفید رنگ‌آمیزی شده است. به تعدادی خانه از این جدول یک گروه می‌گوییم، اگر بتوان از هر کدام با پیمایش تعدادی خانه‌ی هم‌رنگ و مجاور ضلعی به دیگری رسید. همچنین، یک خانواده از جدول، گروهی از خانه‌هاست که نتوان خانه‌ی جدیدی به آن افزود به‌گونه‌ای که همچنان یک گروه باقی بماند. برای مثال، جدول روبرو از ۳ خانواده تشکیل شده است.

پوپک در ابتدا در خانه‌ی شروع قرار دارد. او در هر مرحله رنگ خانه‌ای که روی آن قرار دارد را از سفید به سیاه یا بالعکس تغییر می‌دهد و سپس یک واحد به سمت راست یا بالا حرکت می‌کند. این کار را تا زمانی که به خانه‌ی پایان برسد، ادامه می‌دهد. در نهایت رنگ خانه‌ی پایان را تغییر داده و از جدول خارج می‌شود. پس از اتمام این روند، جدول از حداکثر چند خانواده تشکیل شده است؟

۳ (۵)

۷ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۲			
			۲

می‌خواهیم در هر خانه‌ی خالی از جدول مقابل یکی از اعداد ۰، ۱ و ۲ را بنویسیم، به طوری که:

- مجموع اعداد هر دو سطر با هم برابر باشد و
- مجموع اعداد هر دو ستون با هم برابر باشد.

این کار به چند صورت ممکن است؟

۱۰ (۵)

۱۸ (۴)

۲۱۶ (۳)

۱۴۴ (۲)

۳۶ (۱)

۱۸

عملگر $\&$ دو عدد در مبنای دو را به عنوان ورودی دریافت می‌کند و یک عدد به عنوان خروجی تولید می‌کند. هر رقم خروجی، فقط زمانی برابر با ۱ می‌شود که آن رقم در هر دو عدد ورودی برابر ۱ باشد. برای مثال:

$$6 = (110)_2, 3 = (011)_2 \implies 6 \& 3 = (010)_2 = 2$$

دستگاهی داریم که برای هر عدد طبیعی ورودی i ، الگوریتم زیر را اجرا می‌کند:

۱. متغیر z برابر ۰ قرار داده می‌شود.
۲. متغیر ans برابر ۰ قرار داده می‌شود.
۳. اگر مقدار z و i برابر z باشد، مقدار ans یک واحد افزایش می‌یابد.
۴. اگر مقدار i و z برابر باشد، مقدار ans یادداشت می‌شود و الگوریتم خاتمه می‌یابد.
۵. مقدار z یک واحد افزایش می‌یابد و الگوریتم به مرحله‌ی ۳ بازمی‌گردد.

برای مثال، اگر عدد ۲ را به دستگاه ورودی بدهیم، الگوریتم با یادداشت عدد ۲ خاتمه می‌یابد. اگر اعداد ۶۳، ۲، ۱ را به ترتیب به دستگاه ورودی بدهیم، مجموع اعداد یادداشت شده چقدر خواهد بود؟

۶۸۰ (۵)

۷۲۸ (۴)

۱۰۲۴ (۳)

۵۵۲ (۲)

۱۵۳۸ (۱)

ملک‌شاه به تازگی شایعه‌ای درباره‌ی وجود گنجی در یزد شنیده است. گفته می‌شود این گنج در زمینی مستطیلی به ابعاد 3×2 پنهان شده است، به طوری که در یکی از خانه‌ها ۱ شمش، در خانه‌ای دیگر ۲ شمش، و به همین ترتیب تا ۶ شمش طلا قرار دارد. با این حال، ملک‌شاه نمی‌داند هر تعداد شمش در کدام خانه جای گرفته است. ملک‌شاه برای به دست آوردن شمش‌های هر خانه باید آن خانه را حفاری کند، اما اگر دو خانه‌ی مجاور ضلعی این زمین حفاری شوند، زمین دچار نشست شده و کل گنج از بین خواهد رفت. نورا جادوگر اعظم، از تعداد دقیق شمش‌های هر خانه آگاه است و تصمیم دارد به ملک‌شاه در این حفاری کمک کند.

_____ با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید _____

اگر نورا تعداد شمش‌های همه‌ی خانه‌ها را پیش از شروع حفاری به ملک‌شاه نشان دهد، ملک‌شاه حداکثر چند شمش را می‌تواند به طور تضمینی به دست آورد؟

۱۹

- ۱۱ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰ (۵)

فرض کنید به ازای هر i از ۱ تا ۶، به ترتیب روند زیر انجام می‌شود:

۲۰

- نورا محل خانه‌ی دارای i شمش را به ملک‌شاه نشان می‌دهد.
- ملک‌شاه تصمیم می‌گیرد که آن خانه را حفاری کند یا از آن بگذرد.

در این صورت ملک‌شاه حداکثر چند شمش را می‌تواند به طور تضمینی به دست آورد؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۸ (۴) ۹ (۵)