

باسمه تعالی  
هجدهمین دوره ی المپیاد کامپیوتر  
آزمون آزمایشی نظری اول

پنج شنبه ۱۳ تیر ۱۳۸۷

وقت: ۵ ساعت

زادی مقدم

مسئله ی اول: مهره های پوشا ..... ۳۰ نمره

یک جدول  $n \times n$  داده شده است. می خواهیم در تعدادی از خانه های این جدول مهره قرار دهیم به طوری که پس از قرار دادن مهره ها هیچ کدام از  $n^2$  خانه ی این جدول تنها نباشد. یک خانه تنهاست اگر و فقط اگر در خانه های سطر و ستونش روی هم رفته حداکثر یک مهره وجود داشته باشد. کمترین تعداد مهره ی مورد نیاز برای رسیدن به این هدف چند است؟

مسئله ی دوم: عمل چپ و راست ..... ۳۰ نمره

یک جایگشت از اعداد  $1, 2, \dots, n$  داده شده است. عمل چپ و راست روی جایگشت  $\pi = \langle \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n \rangle$  به این صورت است که یک مکان دلخواه روی جایگشت مثلاً  $\pi_i$  انتخاب می کنیم و دو تکه ی راست و چپ در دو طرف  $\pi_i$  را با هم عوض می کنیم. یعنی با اعمال این عمل جایگشت از  $\pi = \langle \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i, \dots, \pi_n \rangle$  به  $\pi = \langle \pi_{i+1}, \pi_{i+2}, \dots, \pi_n, \pi_i, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{i-1} \rangle$  تبدیل می شود. چه جایگشت هایی را با تعدادی عمل چپ و راست می توان مرتب کرد؟

مسئله ی سوم: دور چهارتایی ..... ۴۰ نمره

گراف  $G$  با  $n$  راس داده شده است. الگوریتمی با زمان اجرای  $O(n^2)$  ارائه کنید که تشخیص دهد این گراف شامل یک دور چهارتایی هست یا خیر.

«موفق باشید!»