

باسمه تعالی
هفدهمین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر
امتحان نظری آزمایشی اول
چهارشنبه ۱۳ تیرماه ۱۳۸۶

وقت: ۴/۵ ساعت

محرابیان، نصیری شرق، نیک‌زاد

مسئله‌ی اول: آقای دال، توپ‌هایش و کم‌ترین حرکات ۳۰ نمره

آقای دال n جعبه دارد که از ۱ تا n شماره گذاری شده‌اند. در جعبه شماره i ، دقیقاً i توپ قرار دارد. در هر حرکت آقای دال می‌تواند تعدادی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و از همگی آن‌ها به یک تعداد مساوی توپ بردارد. کم‌ترین تعداد حرکات را بیابید که آقای دال بتواند با انجام آن‌ها تمامی جعبه‌ها را خالی کند.

مسئله‌ی دوم: آقای جیم، ساعت‌هایش و کم‌ترین زمان ۳۰ نمره

یک ساعت دیجیتال، زمان را به فرمت 18:47:39 در ۶ رقم نشان می‌دهد. آقای جیم، n عدد ساعت دیجیتال دارد که n زمان مختلف روز را نشان می‌دهند.

یک روز صبح آقای جیم تصمیم می‌گیرد دوستش آقای کاف را محک بزنند. برای این منظور او روی دو رقم ثانیه‌شمار تمامی ساعت‌ها برچسب مشکی می‌چسباند (تا آن دو رقم دیده نشوند)، آن‌گاه پس از بُرزدن ساعت‌ها از آقای کاف می‌خواهد تا با دانستن متفاوت بودن زمان ساعت‌ها و مشاهده دقیقه و ساعت‌شان در هر لحظه، این n ساعت را برایش طوری در یک صف قرار بدهد که در پایان کار، اگر برچسب‌ها برداشته شوند، زمانی که ساعت‌ها نشان می‌دهند از ابتدا به انتهای صف صعودی باشد. دقت کنید که همه‌ی ساعت‌ها باهم در ابتدای هر ثانیه جلو می‌روند و آقای کاف می‌تواند در طول یک ثانیه استدلال‌های زیادی انجام بدهد! کم‌ترین زمان مورد نیاز برای ساختن این صف، چند ثانیه پس از دریافت ساعت‌هاست؟ ادعای خود را اثبات کنید.

مسئله‌ی سوم: حمید، مهمان‌هایش و کم‌ترین برش ۴۰ نمره

حمید یک مهمانی ترتیب داده است. او برای خوشحال کردن مهمان‌هایش، یک کیک دایره‌ای شکل خریده و می‌خواهد این کیک را به طور مساوی بین مهمان‌ها تقسیم کند. اما مشکل کار اینجاست که او تعداد دقیق مهمان‌هایش را نمی‌داند! فقط مطمئن است که یا دقیقاً ۱۷ مهمان دارد، یا دقیقاً ۲۰ مهمان.

برای این کار حمید می‌تواند تعدادی برش در کیک ایجاد کند، منتها هر برش او باید دقیقاً یک شعاع از دایره‌ی کیک باشد. کم‌ترین تعداد برش که پس از آن، حمید بتواند کیک را به طور مساوی بین مهمان‌هایش (چه ۱۷ نفر باشد، چه ۲۰ نفر) تقسیم کند، چند تاست؟ اثبات کنید.

موفق باشید!