

## اسب‌ها

منصور مانند نیاکانش عاشق پرورش اسب است. او در حال حاضر مالک بزرگ‌ترین گله‌ی اسب در قزاقستان است. ولی همیشه این طور نبوده است.  $N$  سال پیش، منصور جوانی بود با تنها یک اسب و آرزو داشت که روزی پولدار شود.

فرض کنید سال‌ها را به ترتیب زمانی از ۰ تا  $N - 1$  شماره‌گذاری می‌کنیم (یعنی سال  $N - 1$  آخرین سال است). آب و هوای سال‌های مختلف بر میزان رشد گله اثر می‌گذارد. برای هر سال  $i$ ، منصور عدد صحیح مثبت  $X[i]$  را به عنوان ضریب رشد آن سال به یاد می‌آورد. این به این معنی است که اگر در ابتدای سال  $i$  گله شامل  $h$  اسب باشد، در انتهای این سال  $h \times X[i]$  اسب در گله خواهد بود.

فروش اسب‌ها تنها در پایان سال ممکن است. برای هر سال  $i$ ، منصور یک عدد صحیح مثبت  $Y[i]$  را به عنوان قیمت فروش اسب در انتهای سال  $i$  به یاد می‌آورد. این به این معنی است که در پایان سال  $i$ ، منصور می‌توانسته است هر تعداد اسبی را به مبلغ  $Y[i]$  به ازای هر اسب بفروشد.

منصور دوست دارد بداند که اگر در طی این  $N$  سال اسب‌هایش را در بهترین زمان‌های ممکن فروخته بود، بیشترین مقدار پولی که می‌توانست داشته باشد چه قدر است. شما این افتخار را داشته‌اید که در طی تعطیلات مهمان منصور باشید، و او از شما خواسته است که به این سؤال پاسخ دهید.

هر چه از شب می‌گذرد، حافظه‌ی منصور بهتر می‌شود و او  $M$  بار خاطراتش را به‌روزرسانی می‌کند. هر به‌روزرسانی مقدار یکی از  $X[i]$ ‌ها یا یکی از  $Y[i]$ ‌ها را تغییر می‌دهد. پس از هر به‌روزرسانی، منصور دوباره از شما می‌پرسد که بیشترین مقدار پولی که می‌توانست داشته باشد چه قدر است. این به‌روزرسانی‌ها «افزاینده» هستند، یعنی هر بار که می‌خواهید به سؤال جواب دهید، باید همه‌ی به‌روزرسانی‌های قبلی را اعمال کرده باشید. توجه کنید که مقدار یک  $X[i]$  یا یک  $Y[i]$  ممکن است بیش از یک بار تغییر کند.

جواب درست سؤال منصور ممکن است عدد بسیار بزرگی باشد. برای این که لازم نباشد با عددهای بزرگ کار کنید، از شما خواسته شده است که جواب را تنها در پیمانه‌ی  $10^9 + 7$  محاسبه کنید.

## مثال

فرض کنید  $N = 3$  سال با اطلاعات زیر داریم:

سال	۰	۱	۲
X	۲	۱	۳
Y	۳	۴	۱

برای مقادیر اولیه‌ی فوق، منصور بیشترین مقدار پول را با فروختن هر دو اسبش در پایان سال ۱ به دست می‌آورد. کل فرایند به صورت زیر است:

- در ابتدا، منصور یک اسب دارد.

- پس از پایان سال ۰، او  $2 = X[0] \times 1$  اسب خواهد داشت.
- پس از پایان سال ۱، او  $2 = X[1] \times 2$  اسب خواهد داشت.
- او می‌تواند هر دوی این اسب‌ها را در پایان سال ۱ بفروشد. میزان درآمد او  $8 = Y[1] \times 2$  خواهد بود.

حالا فرض کنید که  $M = 1$  به‌روزرسانی داریم: مقدار  $Y[1]$  باید به ۲ تغییر کند. پس از این به‌روزرسانی، مقادیر  $X$  و  $Y$  به این صورت هستند:

سال	۰	۱	۲
X	۲	۱	۳
Y	۳	۲	۱

پس از این تغییر، یک جواب بهینه این است که ۱ اسب را در پایان سال ۰ و پس از آن ۳ اسب را در پایان سال ۲ بفروشیم. کل فرایند به صورت زیر خواهد بود:

- در ابتدا، منصور یک اسب دارد.
- پس از پایان سال ۰، او  $2 = X[0] \times 1$  اسب خواهد داشت.
- او می‌تواند یکی از این دو اسب را به قیمت  $3 = Y[0]$  بفروشد و یک اسب را نگه دارد.
- پس از پایان سال ۱، او  $1 = X[1] \times 1$  اسب خواهد داشت.
- پس از پایان سال ۲، او  $3 = X[2] \times 1$  اسب خواهد داشت.
- او می‌تواند این سه اسب را در پایان سال ۲ به قیمت  $3 = Y[2] \times 3$  بفروشد. میزان کل درآمد او  $6 = 3 + 3$  خواهد بود.

## مسئله

مقادیر  $N$ ،  $X$ ،  $Y$  و لیست به‌روزرسانی‌ها به شما داده شده است. قبل از اولین به‌روزرسانی و پس از هر یک از به‌روزرسانی‌ها، بیشترین مقدار پولی که منصور می‌توانست از فروش اسب‌هایش به دست آورد را در پیمانه‌ی  $7 + 10^9$  محاسبه کنید. شما باید سه تابع `updateX`، `updateY` و `init` به شرح زیر را پیاده‌سازی کنید:

- `init(N, X, Y)` - ارزیاب این تابع را در ابتدا فقط یک بار فراخوانی می‌کند.
  - `N`: تعداد سال‌ها
  - `X`: آرایه‌ای به طول  $N$ . برای هر  $0 \leq i \leq N - 1$ ، ضریب رشد گله در سال  $i$  است.
  - `Y`: آرایه‌ای به طول  $N$ . برای هر  $0 \leq i \leq N - 1$ ، قیمت یک اسب در پایان سال  $i$  است.
  - دقت کنید که `X` و `Y` مقادیر اولیه‌ای که منصور به شما داده (قبل از هر گونه به‌روزرسانی) هستند.
  - پس از خاتمه‌ی تابع `init`، آرایه‌های `X` و `Y` معتبر باقی می‌مانند و شما اگر بخواهید می‌توانید مقادیرشان را تغییر دهید.
  - این تابع باید بیشترین مقدار درآمد ممکن برای منصور به ازای این مقادیر اولیه را در پیمانه‌ی  $7 + 10^9$  برگرداند.

• `updateX(pos, val)`

• `pos`: عددی صحیح در محدوده  $0$  تا  $N - 1$ .

• `val`: مقدار جدید  $X[pos]$ .

• این تابع باید بیشترین مقدار درآمد ممکن برای منصور پس از این به روزرسانی را در پیمانه  $10^9 + 7$  برگرداند.

• `updateY(pos, val)`

• `pos`: عددی صحیح در محدوده  $0$  تا  $N - 1$ .

• `val`: مقدار جدید  $Y[pos]$ .

• این تابع باید بیشترین مقدار درآمد ممکن برای منصور پس از این به روزرسانی را در پیمانه  $10^9 + 7$  برگرداند.

می‌توانید فرض کنید که مقادیر اولیه، و همچنین مقادیر به‌روزرسانی شده  $X[i]$  و  $Y[i]$ ، همگی بین  $1$  و  $10^9$  هستند. پس از فراخوانی تابع `init`، ارزیاب توابع `updateX` و `updateY` را چندین بار فراخوانی می‌کند. تعداد کل فراخوانی‌های این دو تابع  $M$  است.

## زیرمسئله‌ها

زیرمسئله	امتیاز	$N$	$M$	محدودیت‌های دیگر
1	17	$1 \leq N \leq 10$	$M = 0$	$X[i], Y[i] \leq 10,$ $X[0] \times X[1] \times \dots \times X[N - 1] \leq 1,000$
2	17	$1 \leq N \leq 1,000$	$0 \leq M \leq 1,000$	none
3	20	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	$X[i] \geq 2$ and $val \geq 2$ for <code>init</code> and <code>updateX</code> correspondingly
4	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 10,000$	none
5	23	$1 \leq N \leq 500,000$	$0 \leq M \leq 100,000$	none

## ارزیاب نمونه

ارزیاب نمونه ورودی را از فایل `horses.in` در قالب زیر می‌خواند:

• خط ۱:  $N$

• خط ۲:  $X[0]$  تا  $X[N - 1]$

• خط ۳:  $Y[0]$  تا  $Y[N - 1]$

• خط ۴:  $M$

• خطوط ۵ تا  $M + 4$ : سه عدد `pos`، `type` و سپس `val` (به معنای فراخوانی `updateX` و `type=2` به معنای `updateY` است).

ارزیاب نمونه مقدار خروجی تابع `init` و پس از آن مقادیر خروجی توابع `updateX` و `updateY` را چاپ می‌کند.