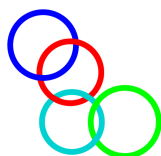


حلقه های نجات

یک نسخه بسیار پیشرفته از چیزی که ما الآن آن را چتر نجات می نامیم در کتاب Codex Atlantics لئوناردو شرح داده شده است. چتر نجات لئوناردو از یک پارچه کتان بدون درز تشکیل گردیده که به یک سازه چوبی هر می شکل بسته شده است.

حلقه های متصل به هم

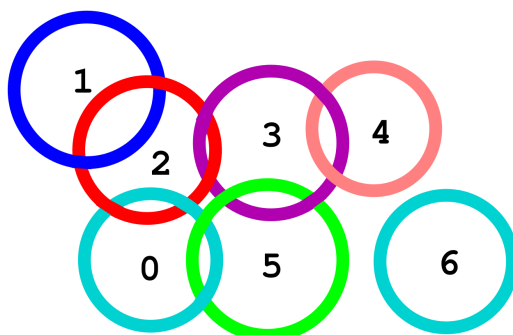
بیش از ۵۰۰ سال بعد، خلبان آدریان نیکلاس طراحی لئوناردو را آزمایش کرد. برای این کار یک سازه سبک پیشرفته چتر نجات لئوناردو را به بدن انسان گره زد. ما می خواهیم از حلقه های متصل به هم برای قلاب کردن پارچه های کتان بدون درز استفاده کنیم. هر حلقه از ماده محکم قابل انعطافی ساخته شده است. با باز و بسته کردن حلقه ها می توان به سادگی آن ها را به یکدیگر متصل کرد. زنجیر یک شکل خاص از حلقه های متصل به هم است. همان طور که در شکل زیر نشان داده شده یک زنجیر شامل دنباله ای از حلقه هاست که در آن هر حلقه فقط به (حداکثر ۲) همسایه خود متصل است. دنباله باید یک حلقه شروع و یک حلقه پایان داشته باشد (حلقه هایی که حداکثر به یک حلقه دیگر متصل اند). یک حلقه تنها نیز یک زنجیر محسوب می شود.



از آن جایی که یک حلقه می تواند به سه یا تعداد بیشتری حلقه دیگر متصل باشد، واضح است که حلقه ها می توانند حالات دیگری جز زنجیر نیز داشته باشند. ما یک حلقه را بحرانی می نامیم اگر بعد از باز کردن و حذف آن، همه حلقه های باقی مانده به صورت مجموعه ای از زنجیرها در آیند یا این که هیچ حلقه دیگری باقی نمانده باشد.

مثال

هفت حلقه شکل زیر که با شماره های ۰ تا ۶ نمایش داده شده اند را در نظر بگیرید. در این میان دو حلقه بحرانی وجود دارد. یکی از آن ها حلقه شماره ۲ است که بعد از حذف آن حلقه های باقی مانده زنجیر های $[1, 0, 5, 3, 4]$ و $[6]$ را تشکیل می دهند. حلقه بحرانی بعدی حلقه شماره ۳ است که پس از حذف آن حلقه های باقی مانده زنجیر های $[1, 2, 0, 5]$ ، $[4]$ و $[6]$ را تشکیل می دهند. اگر ما هر حلقه دیگری را حذف کنیم شکل به دست آمده تشکیل شده از زنجیر های جدا از هم نخواهد بود. برای مثال بعد از حذف حلقه شماره ۵ هر چند زنجیر $[6]$ وجود دارد اما حلقه های ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ که به هم متصل اند به صورت یک زنجیر نیستند.



شرح مساله

شما باید به ازای هر وضعیتی از حلقه ها که در اختیار برنامه شما قرار می گیرد، تعداد حلقه های بحرانی آن را بشمارید.

در ابتدای کار تعداد مشخصی حلقه وجود دارند که هیچ دو تایی از آن ها به هم متصل نیستند. بعد از آن، حلقه ها به هم متصل می شوند. در هر لحظه امکان دارد از برنامه شما تعداد حلقه های بحرانی وضعیتی که به دست آمده است پرسیده شود. به عبارت دقیق تر، شما باید این سه تابع را پیاده سازی کنید.

- $Init(N)$ - این تابع دقیقاً یک بار در ابتدای کار صدا زده می شود و تعیین می کند که دقیقاً N حلقه جدا از هم با شماره های 0 تا $N-1$ (شامل 0 و $N-1$) در شکل اولیه وجود دارد.
- $Link(A,B)$ - حلقه های شماره A و B به یکدیگر متصل می شوند. در این حالت تضمین شده است که A و B متفاوت اند و قبلاً مستقیماً به هم متصل نشده اند. به جز این، هیچ شرط اضافی و شرایط ناشی از محدودیت های فیزیکی برای حلقه های A و B وجود ندارد. بدیهی است که $Link(A,B)$ با $Link(B,A)$ هیچ تفاوتی ندارد.
- $CountCritical()$ - این تابع تعداد حلقه های بحرانی وضعیتی کنونی را برمی گرداند.

مثال

شکل فوق که در آن N برابر با 7 است را در نظر بگیرید و فرض کنید که حلقه ها در ابتدا به یکدیگر متصل نیستند. ما یک سری از بازخوانی توابع به صورت قابل قبول را نشان می دهیم. پس از آخرین بازخوانی وضعیت به دست آمده منطبق را تصویر فوق است.

مقدار بازگشتی	فراخوانی
	$Init(7)$
7	$CountCritical()$
	$Link(1,2)$
7	$CountCritical()$
	$Link(0,5)$
7	$CountCritical()$
	$Link(2,0)$
7	$CountCritical()$
	$Link(3,2)$
4	$CountCritical()$
	$Link(3,5)$
3	$CountCritical()$
	$Link(4,3)$
2	$CountCritical()$

زیر مساله 1 [۲۰ نمره]

▪ $N \leq 5\,000$

▪ تابع `CountCritical` تنها یک بار پس از دیگر فراخوانی‌ها، فراخوانی می‌شود؛ تابع `Link` حداکثر ۵۰۰۰ بار فراخوانی می‌شود.

زیر مساله ۲ [۱۷ نمره]

▪ $N \leq 1\,000\,000$

▪ تابع `CountCritical` تنها یک بار پس از دیگر فراخوانی‌ها فراخوانی می‌شود؛ تابع `Link` حداکثر ۱۰۰۰ بار فراخوانی می‌شود.

زیر مساله ۳ [۱۸ نمره]

▪ $N \leq 20\,000$

▪ تابع `CountCritical` حداکثر ۱۰۰ بار فراخوانی می‌شود؛ تابع `Link` حداکثر ۱۰۰۰۰ بار فراخوانی می‌شود.

زیر مساله ۴ [۱۴ نمره]

▪ $N \leq 100\,000$

▪ تعداد فراخوانی‌های تابع `CountCritical` و `Link` در مجموع حداکثر ۱۰۰۰۰۰ است.

زیر مساله ۵ [۳۱ نمره]

▪ $N \leq 1\,000\,000$

▪ توابع `CountCritical` و `Link` در مجموع حداکثر ۱۰۰۰۰۰۰ بار فراخوانی می‌شوند.

جزئیات پیاده‌سازی

شما باید دقیقاً یک فایل را ارسال کنید که `rings.cpp`، `rings.c` یا `rings.pas` نام دارد. در این فایل باید زیر برنامه‌ای که در بالا شرح داده شد، با قالب زیر پیاده‌سازی شده باشد.

برنامه‌های C و C++

```
void Init(int N);
void Link(int A, int B);
int CountCritical();
```

برنامه های پاسکال

```
procedure Init(N : LongInt);
procedure Link(A, B : LongInt);
function CountCritical() : LongInt;
```

این سه زیر برنامه باید به همان صورت که توضیح داده شد رفتار کنند. البته شما می توانید برای استفاده داخلی خود، زیر برنامه های دیگری نیز تعریف کنید. برنامه ارسالی شما نباید به هیچ وجه با ورودی و خروجی استاندارد و یا هیچ فایلی تعامل داشته باشد.

سیستم ارزیابی نمونه

سیستم ارزیابی نمونه ورودی را طبق قالب زیر میخواند:

- خط ۱: N, L (ابتدا N)
- خطوط ۲, ..., $L + 1$:
- $L - 1$ برای فراخوانی `CountCritical`
- پارامتر های A و B برای `Link`.

سیستم نمره دهی تمام نتایج مربوط به `CountCritical` را در خروجی چاپ می کند.