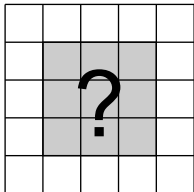


مرحله ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس اول)

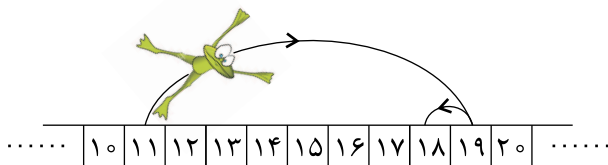
مسئله ی ۱: جدول 5×5 ۲۰ امتیاز



احمد یک مربع 3×3 در جدول 5×5 مقابل انتخاب کرده است. علی قصد دارد با تعدادی پرسش محل این مربع را کشف کند. او در هر نوبت می‌تواند به یکی از خانه‌های جدول اشاره کند و از احمد بپرسد که آیا این خانه در مربع مورد نظر او قرار دارد یا خیر. کمترین تعداد پرسش‌های لازم برای آن که علی بتواند مکان مربع احمد را کشف کند چند تا است؟ برای اثبات ادعای خود، باید یک روش ارائه دهید و نیز نشان دهید با کمتر از این تعداد سوال نمی‌توان همیشه به جواب رسید.

مسئله ی ۲: قورباغه ی پهلوان ۲۰ امتیاز

یک قورباغه ی پهلوان روی محور اعداد صحیح قرار گرفته است. او در هر جهش می‌تواند به اندازه ی توانی از ۲ به چپ یا راست بپرد. به عنوان مثال او می‌تواند با دو جهش از ۱۱ به ۱۸ برسد: ابتدا با یک جهش از ۱۱ به ۱۹ و در جهش بعدی از ۱۹ به ۱۸ می‌پرد. نشان دهید دو عدد صحیح a, b وجود دارند که او نمی‌تواند با کمتر از 100 جهش از a به b برسد.



مسئله ی ۳: الماس نسبتاً درخشان ۲۰ امتیاز

علی بابا در غار n الماس درخشان پیدا کرده است و می‌خواهد یکی از آن‌ها را انتخاب کند و با خود ببرد. او انسان قانعی است و اصراری ندارد که حتماً درخشان‌ترین الماس را انتخاب کند. بلکه فقط می‌خواهد الماسی که با خود می‌برد، یکی از 10 الماس برتر باشد (n از 10 بزرگ‌تر است).



برای ارزیابی درخشش الماس‌ها، یک آینه ی سخن‌گو وجود دارد که علی بابا می‌تواند دو الماس را در برابر آن قرار دهد و آینه به او می‌گوید که کدام یک از این دو درخشان‌تر است. با توجه به این که دزدان هر لحظه ممکن است سر برسند، وی باید با کم‌ترین سوال از آینه، الماسی را انتخاب کند. او با حداقل چند سوال می‌تواند این کار را انجام دهد؟

مرحله‌ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس اول)

مسئله‌ی ۴: چهار ملخ جهنده ۲۰ امتیاز

چهار ملخ در چهار راس یک مربع بر روی صفحه قرار گرفته‌اند. هر باریکی از ملخ‌ها با یک جهش از روی ملخ دیگری می‌پرد و در نقطه‌ی مقابل (قرینه‌ی مکان قبلی خود نسبت به مکان ملخ دیگر) فرود می‌آید. آیا ممکن است بعد از مدتی ملخ‌ها روی چهار راس یک مربع بزرگتر قرار بگیرند؟ (مربع بزرگتر ممکن است دوران یافته باشد).



مسئله‌ی ۵: کتاب‌خانه‌ی زندان ۲۰ امتیاز

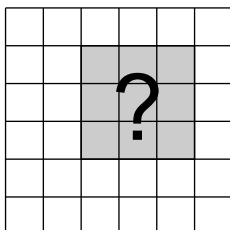
یک کتاب مهم از کتاب‌خانه‌ی زندان دزدیده شده است. رئیس زندان می‌خواهد دزد را پیدا کند. در روزی که کتاب مفقود شده است، شش زندانی به کتاب‌خانه رفته‌اند. هر کدام یک بار وارد کتاب‌خانه شده، مدتی در آن‌جا مانده و سپس کتاب‌خانه را ترک کرده است. می‌دانیم که اگر دو نفر از آن‌ها هم‌زمان در کتاب‌خانه بوده باشند، حتماً دست‌کم یکی از آن‌ها دیگری را دیده است. رئیس زندان از هر کدام از این زندانی‌ها به‌طور مخفی سوال می‌کند که چه کسانی را دیده است. پاسخ‌ها به صورت زیر است:

افرادى که دیده است	زندانی
E, B	A
F, A	B
F, D	C
F, A	D
C, B	E
E, C	F

رئیس زندان معتقد است که هر زندانی به‌درستی دیگر زندانی‌هایی را که در کتاب‌خانه دیده گزارش کرده است، به‌جز فرد دزد، که علاوه بر کسانی که دیده است، یک نفر دیگر را به دروغ نام برده است. با فرض این‌که نظر رئیس زندان درست است، توضیح دهید که دزد کیست و دلایل خود را بنویسید. توجه مهم: ذکر نام دزد بدون استدلال کافی نمره‌ای ندارد.

موفق باشید!

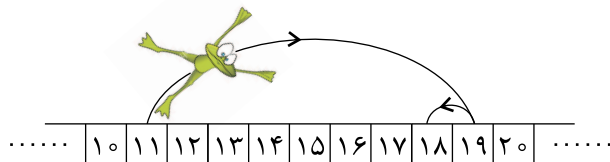
مرحله‌ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس دوم)
 مسئله‌ی ۱: مربع مخفی ۲۵ امتیاز



احمد یک زیرجدول 3×3 از جدول 6×6 مقابل را انتخاب کرده‌است. علی قصد دارد با تعدادی پرسش محل این مربع را کشف کند. او در هر نوبت می‌تواند به یکی از خانه‌های جدول اشاره کند و از احمد بپرسد که آیا این خانه در مربع مورد نظر او قرار دارد یا خیر. کمترین تعداد پرسش‌های لازم برای آن که علی بتواند مکان مربع احمد را کشف کند چند تا است؟ برای اثبات ادعای خود، باید یک روش ارائه دهید و نیز نشان دهید با کمتر از این تعداد سوال نمی‌توان همیشه به جواب رسید.

مسئله‌ی ۲: قورباغه‌ی پهلوان ۲۵ امتیاز

یک قورباغه‌ی پهلوان روی محور اعداد صحیح قرار گرفته است. او در هر جهش می‌تواند به اندازه‌ی توانی از ۲ به چپ یا راست بپرد. به عنوان مثال او می‌تواند با دو جهش از ۱۱ به ۱۸ برسد: ابتدا با یک جهش از ۱۱ به ۱۹ و در جهش بعدی از ۱۹ به ۱۸ می‌پرد. نشان دهید دو عدد صحیح a, b وجود دارند که او نمی‌تواند با کم‌تر از ۱۰۰ جهش از a به b برسد.

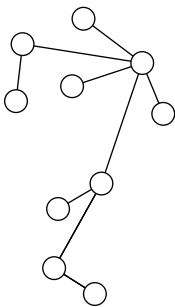


مسئله‌ی ۳: چهار ملخ جهنده ۲۵ امتیاز

چهار ملخ در چهار راس یک مربع بر روی صفحه قرار گرفته‌اند. هر باریکی از ملخ‌ها با یک جهش از روی ملخ دیگری می‌پرد و در نقطه‌ی مقابل (قرینه‌ی مکان قبلی خود نسبت به مکان ملخ دیگر) فرود می‌آید. آیا ممکن است بعد از مدتی ملخ‌ها روی چهار راس یک مربع بزرگتر قرار بگیرند؟ (مربع بزرگتر ممکن است دوران یافته باشد).



مسئله‌ی ۴: درخت رنگارنگ ۲۵ امتیاز

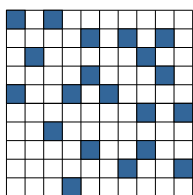


منظور از «درخت» تعدادی دایره است که با پاره‌خط‌هایی به هم متصل شده‌اند طوری که پاره‌خط‌ها همدیگر را قطع نمی‌کنند و بین هر دو دایره دقیقاً یک مسیر از طریق پاره‌خط‌های واصل وجود دارد. مریم و مینا بازی «رنگ آمیزی» زیر را بر روی یک درخت دل‌خواه انجام می‌دهند: با شروع از مریم، هر کس در نوبت خود یکی از دایره‌هایی که هنوز رنگ نشده را با یکی از ۶ رنگ قرمز، آبی، سبز، زرد، بنفش یا نارنجی رنگ می‌کند ولی باید رنگی که انتخاب می‌کند با رنگ هیچ‌کدام از دایره‌هایی که با یک پاره‌خط به این دایره متصل هستند و تا کنون رنگ شده‌اند یکی نباشد. مینا می‌خواهد بازی را به بن‌بست بکشانند یعنی وضعیتی ایجاد کند که هنوز دایره‌ی رنگ نشده‌ای وجود داشته باشد ولی حرکت دیگری ممکن نباشد. نشان دهید مریم می‌تواند با یک روش بازی خوب، مینا را ناکام بگذارد!

موفق باشید!

مرحله ی دوم نوزدهمین المپیاد کامپیوتر کشور (کلاس دوم)

مسئله ی ۵: رنگ آمیزی پراکنده ۲۵ امتیاز



یک رنگ آمیزی از خانه های یک جدول با دو رنگ سیاه و سفید را «پراکنده» می گوئیم اگر هیچ دو خانه سیاه در یک ضلع مشترک نباشند. نشان دهید تعداد رنگ آمیزی های پراکنده ی جدول 10×10 از 10^{15} بیشتر و از 10^{25} کمتر است.

مسئله ی ۶: سطل ها و توپ ها ۲۵ امتیاز

100 سطل در یک ردیف کنار هم قرار گرفته اند و 50 توپ درون آن ها پخش شده است. هر بار یکی از سطل ها را انتخاب می کنیم و اگر k توپ درون آن بود آن ها را خارج کرده و بین k سطل دل خواه دیگر توزیع می کنیم طوری که به هر سطل یک توپ اضافه شود. نشان دهید در هر 20 حرکت متوالی ناچاریم دست کم یک بار به سراغ سطلی با کمتر از 10 توپ برویم.



مسئله ی ۷: ساختمان روشنایی ۲۵ امتیاز

ساختمان روشنایی تعداد زیادی چراغ و کلید دارد. هر کلید به بعضی از چراغ ها متصل است و با زدن آن وضعیت همه ی آن چراغ ها تغییر می کند (یعنی اگر خاموش بودند روشن و اگر روشن بودند خاموش می شوند). در ضمن میدانیم که هر چراغ دست کم به یک کلید متصل است. نشان دهید اگر در ابتدا همه ی چراغ ها خاموش باشند می توان با زدن بعضی از کلیدها به حالتی رسید که بیش از نیمی از چراغ ها روشن باشند.

مسئله ی ۸: رشته های مشابه ۲۵ امتیاز

مرتضی n کارت و کیان 1 کارت دارند که روی هر یک از آن ها یک رشته از صفر و یک به طول l نوشته شده است. در بین کارت های مرتضی، دست کم یک کارت وجود دارد که رشته ی آن با رشته ی نوشته شده روی کارت کیان کمتر از d رقم اختلاف دارد. منظور از اختلاف دورشته، تعداد رقم های متفاوت در آن ها است، مثلاً اختلاف دورشته ی 101101 و 001111 برابر 2 است زیرا در اولین و پنجمین رقم (از سمت چپ) تفاوت دارند. هدف مرتضی این است که با تعداد کمی پرسش، kartی را پیدا کند که اختلاف رشته ی آن با رشته ی کارت کیان کمتر از d رقم باشد.

هر بار مرتضی یک عدد i انتخاب می کند و کیان رقم i ام رشته ی خود را به او می گوید. ثابت کنید مرتضی می تواند با کمتر از nd پرسش کارت مورد نظرش را پیدا کند.

موفق باشید!