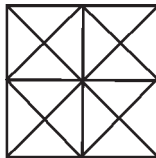


هفتمین المپیاد کامپیوتر

بهمن ۷۵



۱. چند مثلث در شکل مقابل وجود دارد؟

- (الف) ۳۶
 (ب) ۴۰
 (ج) ۴۲
 (د) ۴۴
 (ه) ۴۸

۲. منظور از $\lceil x \rceil$ بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی با x و منظور از $\lfloor x \rfloor$ ، کوچکترین عدد صحیح بزرگتر یا

مساوی با x است. از گزاره‌های زیر کدام درست هستند؟

- I. $\lceil x \rceil = \lfloor x \rfloor$ اگر و فقط اگر x عدد صحیح باشد.
 II. $\lfloor x \rfloor + 1 = \lceil x \rceil$ اگر و فقط اگر x عدد صحیح نباشد.
 III. $\lfloor \lfloor x \rfloor \rfloor = \lfloor x \rfloor$ برای هر x و y .
 IV. $\lfloor -x \rfloor = -\lceil x \rceil$ برای هر x .

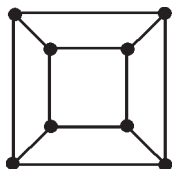
- (الف) فقط IV
 (ب) فقط I و IV
 (ج) فقط I، II، III
 (د) فقط I، II، IV
 (ه) I، II، III، IV

۳. حداکثر چند زیرمجموعه از مجموعه $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ می‌توان انتخاب کرد، به طوری که اجتماع هیچ دو

زیرمجموعه انتخاب شده مساوی مجموعه X نشود؟

- (الف) ۸
 (ب) ۱۰
 (ج) ۱۶
 (د) ۲۰
 (ه) ۲۶

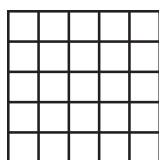
۴. در شکل مقابل هر نقطه یک کامپیوتر و هر خط، یک سیم ارتباطی است که دو کامپیوتر را به هم متصل می‌کند.



یک «خرابی منظم» در سیستم هنگامی به وجود می‌آید که از هر کامپیوتر دقیقاً یکی از سیم‌های ارتباطی اش قطع شده باشد. به چند حالت ممکن است خرابی منظم در این سیستم روی دهد؟

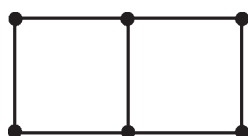
- الف) ۶ ب) ۷ ج) ۸ د) ۹ ه) ۱۰

۵. به چند طریق می‌توان چهار تا از خانه‌های شکل زیر را رنگ کرد که خانه‌های رنگ شده به شکل زیر باشند؟



- الف) ۴۸ ب) ۴۴
ج) ۶۰ د) ۲۴
ه) ۳۶

۶. نقشه خیابان‌های شهری به صورت شکل زیر است. (هر یک از دایره‌ها نشان‌دهنده یکی از میدان‌های شهر و هر خط نشان‌دهنده یک خیابان است.) می‌خواهیم همه خیابان‌های این شهر را یک طرفه کنیم، به طوری که از هر یک



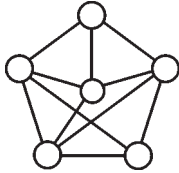
از میدان‌های شهر با استفاده از این خیابان‌ها بتوان به هر میدان دیگری رفت. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

- الف) ۳ ب) ۶ ج) ۸
د) ۶۴ ه) ۱۲۸

۷. تیم‌های کشورهای ایران، امارات، کویت و عربستان در یک مسابقه دوره‌ای شرکت کرده‌اند، یعنی هر دو تیم دقیقاً یک بار با هم بازی کرده‌اند، در هر بازی، تیم برنده ۲ امتیاز و بازنده صفر امتیاز می‌گیرد. اگر نتیجه بازی مساوی باشد هر تیم صاحب یک امتیاز می‌شود. فردی که نتایج بازی را نمی‌داند رادیو را روشن می‌کند. گوینده خبر به آن جا رسیده است که می‌گوید: «... و کویت چهارم شد. پس هیچ دو تیم دارای مجموع امتیاز مساوی نشدند و تنها بازی‌ای که با نتیجه مساوی خاتمه یافت بازی امارات و عربستان بود» با این اطلاعات مجموع امتیاز و رتبه تیم ایران را پیدا کنید.

- الف) ۶ امتیاز، رتبه اول ب) ۴ امتیاز، رتبه اول ج) ۴ امتیاز، رتبه دوم
د) ۲ امتیاز، رتبه دوم ه) ۲ امتیاز، رتبه سوم

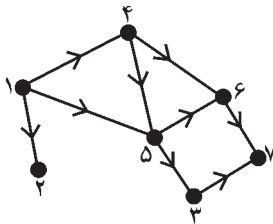
۸. در شکل زیر می‌خواهیم در هر یک از دایره‌ها یکی از عددهای ۱ تا ۶ را بنویسیم (هر عدد در یک خانه) به طوری



که مجموع قدر مطلق تفاضل عددهای نوشته شده در دایره‌هایی که به هم متصل‌اند، مینیمم باشد. این مقدار مینیمم چقدر است؟

- (الف) ۲۲ (ب) ۲۴ (ج) ۲۵ (د) ۲۶ (ه) ۳۵

۹. برای انجام پروژه خاصی به انجام هفت کار مختلف نیازمندیم. ترتیب انجام کارها در شکل زیر آمده است، به این



صورت که $a \rightarrow b$ نشان می‌دهد که کار a باید قبل از کار b

صورت گیرد. این پروژه را به چند ترتیب مختلف می‌توان انجام داد؟

- (الف) ۱۸ (ب) ۱۵ (ج) ۱۲

- (د) ۹ (ه) ۶

۱۰. تعداد $\frac{n(n+1)}{2}$ گوی به شکل مثلثی به ضلع n گوی چیده شده‌اند. وقتی که یک گوی را از قاعده این مثلث بر

می‌داریم، تمام گوی‌هایی که در سطر بالایی با آن در تماس‌اند نیز برداشته می‌شوند و به همین ترتیب کار ادامه پیدا می‌کند، تا بالاترین گوی هم برداشته شود. می‌دانیم که با برداشتن یک گوی از قاعده مثلث مجموعاً ۲۵ گوی

برداشته شده است. n چند بوده و چندمین گوی از قاعده مثلث برداشته شده است؟

- (الف) $n = 11$ و گوی سوم قاعده (ب) $n = 10$ و گوی چهارم قاعده

- (ج) $n = 10$ و گوی سوم قاعده (د) $n = 9$ و گوی پنجم قاعده

- (ه) $n = 9$ و گوی چهارم قاعده

۱۱. در یک جدول 4×4 ، عددهای ۱ تا ۴ به صورتی نوشته شده‌اند که در هیچ سطر و هیچ ستونی عدد تکراری وجود

۱			
	۲		
		*	۳
			۲

ندارد، عددهای نوشته شده در چهار تا از خانه‌های این جدول را،

مطابق شکل زیر می‌دانیم. عدد موجود در خانه‌ای که با * مشخص شده

است، چه می‌تواند باشد؟

- (الف) ۱ (ب) ۴

- (ج) ۳ (د) ۲

(ه) با اطلاعات فوق، نمی‌توان مقدار این خانه را به صورت یکتا تعیین کرد.

۱۲. سه دهکده A، B و C به ترتیب روی یک خط راست واقع شده‌اند. فاصله A و B، ۱ کیلومتر و فاصله B و C، ۴ کیلومتر است. مقدار مصرف روزانه سوخت در A، B و C به ترتیب ۲۰۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ لیتر است. می‌خواهیم یک انبار سوخت برای این سه دهکده تأسیس کنیم، به طوری که هزینه روزانه حمل سوخت به این دهکده‌ها مینیمم باشد. این انبار سوخت باید در کجا قرار گیرد؟ (هزینه حمل متناسب با حجم سوخت حمل شده و فاصله طی شده است.)

(الف) در دهکده B

(ب) در نقطه وسط BC

(ج) بین B و C و در فاصله ۱/۵ کیلومتری B

(د) در نقطه وسط AB

(ه) بین B و C و در فاصله ۰/۵ کیلومتری B

۱۳. حداکثر چند تا از دایره‌های شکل زیر را می‌توان پر کرد به طوری که هیچ چهار دایره پر شده‌ای رئوس یک مربع



یا مستطیل با اضلاع افقی و عمودی نباشند؟

(ج) ۸

(ب) ۷

(الف) ۶

(ه) ۱۰

(د) ۹

۱۴. عددهای ۱ تا ۱۳۷۵ در یک ردیف نوشته شده‌اند. یک نفر از ابتدای این اعداد شروع می‌کند و عدد اول را خط می‌زند. عدد دوم را باقی می‌گذارد و عدد سوم را هم خط می‌زند و به همین ترتیب یک در میان عددها را خط می‌زند. سپس دوباره از اول لیست شروع می‌کند و اولین عددی را که خط نخورده است خط می‌زند و به همین صورت یک در میان عددهایی را که خط نخورده‌اند خط می‌زند. پس از آن دوباره از اول شروع می‌کند و همین کار را تا جایی ادامه می‌دهد که فقط یک عدد باقی بماند. آن یک عدد چند است؟

(ه) ۵۱۲

(د) ۶۸۲

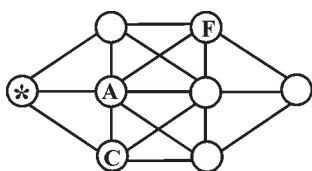
(ج) ۶۸۷

(ب) ۱۰۲۴

(الف) ۱۳۷۴

۱۵. حروف A تا H را در هشت دایره شکل زیر قرار داده‌ایم با این شرط که حرف‌های قرار گرفته در دو دایره‌ای که با یک خط مستقیم به هم متصل‌اند از نظر الفبایی متوالی نباشند. در دایره‌ای که با * مشخص شده است، چه حرفی

قرار گرفته است؟



(ب) E

(الف) D

(د) H

(ج) G

(ه) چنین کاری امکان‌پذیر نیست

۱۶. با ارقام ۳، ۵ و ۷ به چند طریق می توان یک عدد چهاررقمی ساخت که بر ۳ بخش پذیر باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

- (الف) ۲۱ (ب) ۲۷ (ج) ۱۸ (د) ۲۴ (ه) ۱۹

۱۷. تعدادی عدد را روی یک ردیف نوشته ایم. می دانیم که هر عدد (به جز عددهای اول و آخر)، یکی بیشتر از واسطه حسابی دو عدد مجاورش است. اگر عدد اول در این ردیف ۱، و عدد هفتم ۱۳ باشد، عدد پنجم چند است؟

- (الف) ۹ (ب) ۱۳ (ج) ۱۵ (د) ۱۶ (ه) ۱۷

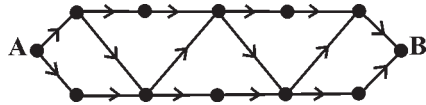
۱۸. برای هر جایگشت P_1, P_2, P_3, P_4 از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ ، مجموع $|P_1 - P_2| + |P_3 + P_4|$ را حساب می کنیم. مجموع همه مقادیر محاسبه شده برای همه جایگشت های مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ ، چقدر است؟

- (الف) ۴۸ (ب) ۶۴ (ج) ۸۰ (د) ۹۲ (ه) ۱۲۰

۱۹. تعداد رشته هایی از صفر و یک به طول ۷ که شامل ۱۰۱۰۱ باشند چند تا است.

- (الف) ۸ (ب) ۱۰ (ج) ۱۱ (د) ۱۲ (ه) هیچ کدام

۲۰. در شکل مقابل چند مسیر از A به B وجود دارد؟

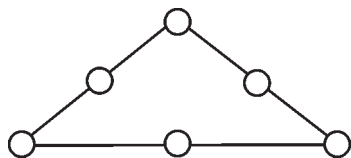


- (الف) ۸ (ب) ۱۳ (ج) ۱۶ (د) ۳۲ (ه) ۸۱

۲۱. در هر یک از خانه های جدول زیر، یک رقم بین صفر تا ۹ نوشته شده است. می دانیم که حاصل جمع عددهای نوشته شده در هر سه خانه متوالی برابر با ۲۰ است. مقدار X چقدر است؟

			۹			X			۷	
--	--	--	---	--	--	---	--	--	---	--

- (الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۷ (ه) ۹



۲۲. اعداد ۱ تا ۶ روی اضلاع یک مثلث (شکل مقابل) باید طوری قرار داده شوند که مجموع اعداد روی هر ضلع مثلث مساوی n باشد. n چه مقادیری می تواند باشد؟

- (الف) ۹, ۱۲ (ب) ۱۰, ۱۱ (ج) ۹, ۱۱, ۱۳
 (د) ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲ (ه) ۸, ۱۰, ۱۲

۲۳. در قسمتی از یک برنامه، دستورات زیر نوشته شده اند:

اگر $A < B$ ، مقدار F را محاسبه کن، در غیر این صورت، اگر $C > D$ ، مقدار G را محاسبه کن.

فرض کنید که به طور متوسط در ۷۵ درصد از موارد، شرط $A > B$ ، و در ۵۰ درصد از موارد شرط $C > D$ برقرار است. اگر دستورات فوق ۱۰۰۰۰ بار انجام شوند، به طور متوسط هر یک از مقادیر F و G چند بار محاسبه می شوند؟

- (الف) F ، ۲۵۰۰ بار و G ، ۳۷۵۰ بار (ب) F ، ۷۵۰۰ بار و G ، ۱۲۵۰ بار
 (ج) F ، ۷۵۰۰ بار و G ، ۳۷۵۰ بار (د) F ، ۷۵۰۰ بار و G ، ۵۰۰۰ بار
 (ه) F ، ۹۳۷۵ بار و G ، ۱۲۵۰ بار

۲۴. در مربع زیر می خواهیم مسیری از خانه A به خانه B پیدا کنیم که مجموع اعداد خانه های روی آن مینیمم

	B			
	۴	۸	۴	۱
	۱۵	۱۰	۶	۵
	۵	۱۱	۹	۱۰
A	۱	۷	۱۲	۶

باشد. این مقدار مینیمم چقدر است؟ (در هنگام پیمودن مسیر، از هر خانه فقط می توان به خانه ای رفت که یک ضلع مشترک با آن داشته باشد).

- (الف) ۳۶ (ب) ۳۷ (ج) ۳۸
 (د) ۳۹ (ه) ۴۰

۲۵. در جدول 3×3 ی زیر، عددهای طبیعی به صورتی نوشته شده بودند که مجموع اعداد هر ستون، و مجموع اعداد هر قطر و مجموع اعداد هر سطر این مربع عدد ثابتی بود. متأسفانه تمام این عددها به جز سه عددی که در شکل نشان داده شده، پاک شده اند. در خانه ای که با علامت * مشخص شده، چه عددی قرار داشته است؟

*	۷	۱۲
۳		

- (الف) ۶ (ب) ۱۳
 (ج) ۱۷ (د) ۲۳
 (ه) ۲۴

۲۶. الگوریتم زیر را در نظر بگیرید. در این الگوریتم n یک عدد طبیعی و A یک آرایه است که عنصر i ام آن را با $A[i]$ نشان می‌دهیم.

۱- $A[1]$ را مساوی با صفر و $A[2]$ را مساوی با یک قرار بده.

۲- برای هر i از ۲ تا n کار زیر را انجام بده:

۱.۲- برای هر j از ۱ تا 2^{i-1} کار زیر را انجام بده:

۱.۱.۲- $A[j]$ را مساوی با $2^{i-1} + [2^i - j + 1]$ قرار بده.

کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد مقدار آرایه A پس از اجرای این الگوریتم، درست است؟

الف) دنباله اعداد صفر تا $2^n - 1$ به ترتیب صعودی در A قرار دارد

ب) هر دو عدد متوالی از آرایه A در مبنای ۲ دقیقاً در یک رقم متفاوت هستند

ج) آرایه A شامل عناصر تکراری است

د) عناصر اول تا 2^{n-1} ام آرایه A به ترتیب صعودی و بقیه عناصر به ترتیب نزولی هستند

ه) «ج» و «د» درست‌اند

۲۷. در شماره‌گذاری صفحات کتابی ۱۹۹۷ بار عدد ۱ به کار رفته است. تعداد صفحات این کتاب در چه محدوده‌ای است؟

ب) ۲۲۰۰ - ۲۰۰۰

الف) ۳۲۰۰ - ۳۰۰۰

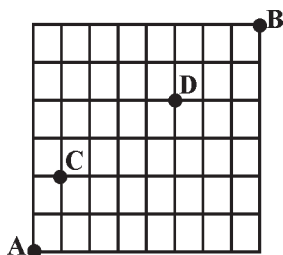
د) ۳۷۰۰ - ۳۵۰۰

ج) ۲۷۰۰ - ۲۵۰۰

ه) ۵۲۰۰ - ۵۰۰۰

۲۸. در شکل زیر چند مسیر از A به B وجود دارد که از C می‌گذرد ولی از D نمی‌گذرد؟ (در طول مسیر فقط

می‌توان به سمت راست یا بالا حرکت کرد.)



ب) ۱۵۰

الف) ۵۱

د) ۴۵۰

ج) ۱۸۰

ه) ۵۴۰

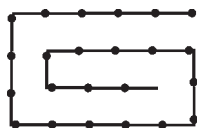
۲۹. دیوارهای خارجی یک باغ، مستقیم هستند و هر یک از این دیوارها با دو دیوار مجاورش یک زاویه قائمه می‌سازد. این دیوارها با هم یک دور بسته را می‌سازند که باغ را محصور می‌کند. اگر بدانیم که طول دیوارهای این باغ، به ترتیب برابر با ۱۲، ۵، ۱۰، ۴، ۵، ۲، ۳ و ۷ است، مساحت این باغ چقدر است؟

الف) ۷۴ (ب) ۸۴ (ج) ۱۳۵ (د) ۵۳ (ه) ۷۷

۳۰. یک هفت ضلعی محدب داریم و همه قطرهای آن را رسم کرده‌ایم. می‌دانیم که هیچ سه قطری هم‌رس نیستند مگر در رئوس. تعداد مثلث‌های تولید شده‌ای که دقیقاً یک رأس آنها از رئوس هفت ضلعی است برابر است با:

الف) ۲۱ (ب) ۱۰۵ (ج) ۷۰ (د) ۱۴۰ (ه) ۳۵

۳۱. از یک مستطیل شطرنجی با اضلاع ۳×۵ که اضلاع مربع‌های آن چوب کبریت هستند. بعضی از چوب کبریت‌ها را بر می‌داریم تا مارپیچی مانند شکل زیر با ۲۳ چوب کبریت به دست آید. اگر همین کار را با مستطیل شطرنجی دیگری انجام دهیم و ۸۷ چوب کبریت باقی بماند، اضلاع این مستطیل چقدر بوده است؟



الف) ۷×۱۰ (ب) ۷×۱۱ (ج) ۶×۱۱ (د) ۸×۱۰ (ه) ۷×۹

۳۲. فردی به تازگی وارد کشوری شده است و در مورد ارزش سکه‌های این کشور چیزی نمی‌داند. یک بار که او جنسی می‌خرد، فروشنده باقیمانده پولش را که برابر با ۲۸ واحد است، به صورت چهار سکه به او می‌دهد. یک بار دیگر، فروشنده ۲۱ واحد را به صورت پنج سکه به او می‌دهد. می‌دانیم که در این کشور تنها سه نوع سکه وجود دارد و در هر دو مورد، سکه‌هایی که این فرد دریافت کرده است، شامل هر سه نوع سکه می‌شود، پرارزش‌ترین سکه، معادل چند واحد ارزش دارد؟

الف) ۵ (ب) ۸ (ج) ۱۰ (د) ۱۱ (ه) ۱۵

۳۳. به چند طریق می‌توان ده توپ یکسان را در ده جعبه متمایز جای داد به طوری که دقیقاً ۳ جعبه خالی باشد؟

الف) $۹!$ (ب) $\begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۷ \\ ۳ \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۷ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱۶ \\ ۱۰ \end{bmatrix}$

(د) $\begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۷ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$ (ه) $۷! \begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۳۴. سه سبد به تعداد مساوی سیب دارند. مینا یک سیب از یکی از سبدها بر می‌دارد و در یک سبد دیگر می‌گذارد. سپس مریم ۲ سیب از سبد دلخواه خودش برداشته، در یک سبد دیگر می‌گذارد، و بعد مهرنوش ۴ سیب از سبد دلخواه خودش برداشته، در سبد دیگر می‌گذارد، در پایان یکی از سبدها ۲ برابر سبد دیگر و ۳ برابر سبد سوم سیب دارد. در ابتدا در هر سبد چند سیب وجود داشته است؟

الف) ۱۰ (ب) ۱۱ (ج) ۲۱ (د) ۲۲ (ه) ۳۳

۳۵. یک کامپیوتر دارای یک «ثبات» (ثابت‌کننده) است که می‌تواند یک عدد صحیح را نگهداری کند و یک حافظه، که می‌تواند تعدادی متغیر را در خود ذخیره کند. این کامپیوتر دارای دستورات زیر است:

● $LOAD\ x$: مقدار ثبات را مساوی با متغیر x قرار می‌دهد.

● $STORE\ x$: مقدار متغیر x را برابر با مقدار ثبات قرار می‌دهد.

● $ADD\ x$: مقدار ثبات را با مقدار متغیر x جمع کرده، حاصل را در ثبات ذخیره می‌کند.

● $MULT\ x$: مقدار ثبات را در مقدار متغیر x ضرب کرده، حاصل را در ثبات ذخیره می‌کند.

برنامه زیر به این کامپیوتر داده می‌شود. در انتهای کار این برنامه مقدار ذخیره شده در Z ، برحسب مقادیر اولیه

LOAD b	متغیرها، چقدر است؟
MULT c	
STORE t_1	الف) $t_1(bc + a) + t_1$
ADD a	ب) $(a + bc)^2 + bc$
STORE t_2	ج) $2bc + a^2$
MULT t_2	د) $(a + bc) + bc$
ADD t_1	ه) $a + 2bc$
STORE z	

۳۶. حال برنامه زیر را در نظر بگیرید. در انتهای اجرای این برنامه، مقدار ذخیره شده در ثبات، برحسب مقادیر

LOAD a	اولیه متغیرها، چقدر است؟
ADD b	
STORE x	الف) $a(a + b)^4 + a(a + b)^3$
MULT x	ب) $(a + b)[(a + b)^2 + (a + b)]$
STORE z	ج) $az(x + z)$
ADD x	د) $a[(a + b)^3 + (a + b)^2]$
MULT a	ه) $a(a + b)^4$
MULT z	

۳۷. هر رشته از ارقام صفر تا نه را یک عدد اصلی می‌نامیم، مثل ۰۱۰۷ یا ۱۵۷ . نمایش صفر شماری یک عدد اصلی را به این صورت تعریف می‌کنیم:

- نمایش صفر شماری هر عدد اصلی یک رقمی i ، i تا صفر پشت سر هم است.
- برای به‌دست آوردن نمایش صفر شماری یک عدد اصلی با بیش از یک رقم، نمایش صفر شماری هر رقم را مطابق با دستور فوق نوشته و بین نمایش هر دو رقم یک ۱ قرار می‌دهیم. (مثال: نمایش صفر شماری عددی سه رقمی ۴۱۲ به صورت ۰۰۰۰۱۰۱۰۰ است.)

در میان اعداد اصلی با تعداد ارقام کمتر از ۴ ، چند عدد وجود دارند که تعداد رقم‌های آنها با تعداد رقم‌های نمایش صفر شماری‌شان برابر باشد؟

- الف) ۱ ب) ۳ ج) ۵ د) ۶ ه) ۸

۳۸. نمایش یک شماری یک عدد اصلی با تبدیل کردن همهٔ صفرهای نمایش صفر شماری آن به یک و همهٔ یک‌های نمایش صفر شماری آن به صفر به‌دست می‌آید. چند عدد اصلی وجود دارند که نمایش اصلی آنها عیناً مثل نمایش یک شماری آنها باشد؟

- الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۳ ه) ∞

۳۹. آرایهٔ A تا i به ترتیب با عددهای ۱ تا ۶ پر شده است. پس از اجرای الگوریتم زیر عدد ۶ در کدام خانه خواهد بود؟

۱- به‌ازای i از ۱ تا ۱۳۷۵ کارهای زیر را انجام بده:

۱.۱- به‌ازای j از ۱ تا ۳ این کار را انجام بده:

۱.۱.۱- اگر $A[j]$ از $A[j+۳]$ بزرگتر است، جایشان را عوض کن.

۲.۱- به‌ازای j از ۱ تا ۵ این کار را انجام بده:

۱.۲.۱- اگر $A[j]$ از $A[j+۱]$ کوچک‌تر است، جایشان را عوض کن.

- الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵ ه) ۶

۴۰. رشته مخصوص را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

● a یک رشته مخصوص است.

● b یک رشته مخصوص است.

● اگر S یک رشته مخصوص باشد aSa و bSb نیز رشته‌های مخصوص هستند. کدام یک از خواص زیر در مورد

رشته‌های مخصوص درست است؟

(الف) هر رشته مخصوص متقارن است

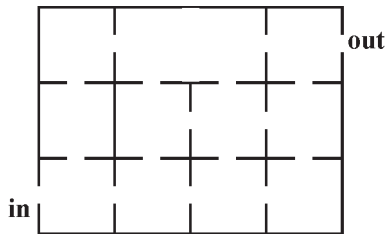
(ب) در هر رشته مخصوص قدر مطلق تفاوت تعداد a ها با تعداد b ها برابر یک است

(ج) هر رشته مخصوص به شکل WaW یا WbW است به طوری که W رشته مخصوص از a و b باشد

(د) «الف» و «ب» و «ج» درست هستند

(ه) «الف» و «ج» درست هستند

مسئله‌های بله - خیر



۴۱. آیا می‌توان از در ورودی تالار زیر وارد و از در

خروجی خارج شد به طوری که هر یک از غرفه‌ها

دقیقاً یک بار بازدید شوند؟

۴۲. افراد A و B و C و D در باره دروغگو یا راستگو بودن افراد x, y, z و W به این صورت اظهار نظر کرده‌اند:

● A می‌گوید: x دروغگو است یا z راستگو است.

● B می‌گوید: z دروغگو است یا W دروغگو است.

● C می‌گوید: x راستگو است یا y راستگو است.

● D می‌گوید: y دروغگو است یا W راستگو است.

آیا امکان دارد که همه اظهار نظرهای فوق درست باشند؟

۴۳. دو ماشین در اختیار داریم که هر یک، یک کارت را که بر روی آن یک عدد مثل a نوشته شده است، به عنوان ورودی دریافت می‌کند و یکی از آنها یک کارت که بر روی آن عدد $a + 3$ نوشته شده است و دیگری یک کارت که بر روی آن عدد $2a$ نوشته شده است را تولید می‌کند. در ابتدا یک کارت که بر روی آن عدد ۱ نوشته شده است در اختیار داریم آیا می‌توان با استفاده از این ماشین‌ها یک کارت ایجاد کرد که بر روی آن عدد ۱۲ نوشته شده باشد؟

۴۴. یک بازی را به این صورت تعریف می‌کنیم که بازیکن A در هر نوبت یک عدد فرد و بازیکن B در هر نوبت یک عدد زوج که قبلاً انتخاب نشده باشد را از بین عددهای ۱ تا ۶ انتخاب می‌کنند. اولین بازیکنی که پس از نوبتش، مجموع همه عددهای انتخاب شده توسط هر دو بازیکن بر ۳ قابل قسمت شود، بازنده است. آیا بازیکن اول می‌تواند طوری بازی کند که همواره برنده شود؟

۴۵. آیا می‌توان ۷ خانه از صفحه شطرنجی 8×8 را علامت‌گذاری کرد، به طوری که هر خانه علامت‌گذاری شده، با تعداد فردی از خانه‌های علامت‌گذاری شده همسایه باشد؟ (دو خانه تنها وقتی همسایه به حساب می‌آیند که یک ضلع مشترک داشته باشند).

۴۶. در اداره‌ای، هر روز هر یک از کارمندان در یک ساعت مشخص وارد اداره می‌شود و تا ساعت مشخصی در اداره می‌ماند. (ساعت کاری افراد مختلف می‌تواند متفاوت باشد). اگر دو نفر در یک زمان در اداره باشند، حتماً همدیگر را می‌بینند. در مورد پنج کارمند A, B, C, D و E می‌دانیم که:

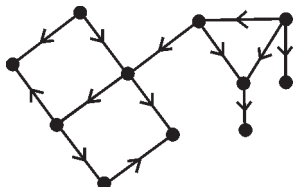
● کارمندان A و B را می‌بیند ولی D و E را نمی‌بیند.

● A و B هیچ‌گاه همدیگر را نمی‌بینند.

● A ، کارمند D را و B ، کارمند E را می‌بیند.

آیا D و E همدیگر را می‌بینند؟

۴۷. در شکل زیر، نقطه‌ها متناظر با ۱۱ کار هستند و $A \rightarrow B$ بدین معنی است که قبل از اتمام کار A ، کار B



نمی‌تواند شروع شود. دو کارگر داریم که هر یک می‌تواند هر کار را در یک ساعت انجام دهد. آیا با استفاده از این دو کارگر می‌توان با رعایت شرط فوق، تمام کارها را در مدت حداکثر ۶ ساعت انجام داد؟

۴۸. آیا می‌توان ۵ نقطه با مختصات صحیح روی یک محور پیدا کرد که فاصلهٔ دو به دوی آنها (بدون ترتیب) عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ باشد؟

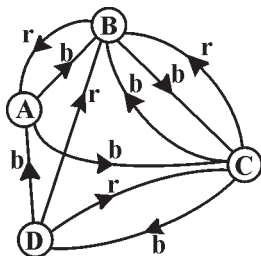
۴۹. آیا می‌توان عددهای صفر تا ۱۲۷ را به دو دسته چنان تقسیم کرد که هر دو عددی که نمایش آنها در مبنای دو دقیقاً در یک رقم با هم تفاوت دارند در یک دسته نباشند؟

۵۰. در یک مسابقه شطرنج که به صورت دوره‌ای برگزار می‌شود (یعنی هر دو بازیکن با هم دقیقاً یک بار رو به رو می‌شوند) ۵ بازیکن A, B, C, D و E شرکت کرده‌اند. تاکنون نتایج زیر به دست آمده است:
 از B و C برده است و B و D با هم مساوی کرده‌اند. با توجه به این که هر برد ۱ امتیاز، مساوی ۰/۵ امتیاز و باخت صفر امتیاز دارد. آیا بازیکن B هنوز شانس قهرمانی دارد؟ (اگر دو تیم صدر جدول امتیاز مساوی داشته باشند، تیمی که دیگری را برده باشد قهرمان است و اگر نتیجه بازی آن دو مساوی بوده باشد هیچ کدام قهرمان نمی‌شوند.)

۵۱. در بازی A ، دو بار تاس انداخته می‌شود و در صورتی که لاقط یک بار ۱ بیاید برنده می‌شویم. در بازی B ، چهار بار تاس انداخته می‌شود و در صورتی که لاقط دو بار ۱ بیاید برنده می‌شویم. آیا احتمال برد در بازی A بیشتر از احتمال برد در بازی B است؟

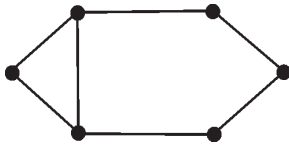
۵۲. آیا می‌توان ۱۳ زیر مجموعهٔ A_1, A_2, \dots, A_{13} از مجموعهٔ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ را طوری پیدا کرد که به ازای هیچ i و j ($i \neq j$)، شرط $A_i \subseteq A_j$ برقرار نباشد؟

۵۳. در شکل زیر خط‌هایی که با r مشخص شده‌اند، قرمز و آنهایی که با b مشخص شده‌اند آبی هستند. آیا با توجه



به جهت‌هایی که روی خط‌ها مشخص شده‌اند، مسیری از A به D وجود دارد که رنگ خط‌های آن به ترتیب آبی، آبی، آبی، قرمز و آبی باشد؟

۵۴. دو نفر این بازی را روی شکل زیر انجام می‌دهند هر کدام از این دو بازیکن در نوبت خودش یکی از دایره‌هایی را که تاکنون رنگ نشده است با یکی از دو رنگ آبی یا قرمز رنگ می‌کند، به شرطی که هیچ‌گاه دو دایره‌ای که با یک



خط به هم متصل‌اند با یک رنگ رنگ‌آمیزی نشوند. کسی که نتواند در نوبت

خودش دایره‌ای را رنگ کند، بازنده بازی محسوب می‌شود. آیا بازیکن اول

می‌تواند طوری بازی کند که همواره برنده شود؟

۵۵. تعداد ۱۶ سنگریزه و سه بازیکن داریم. بازیکن اول در هر نوبت می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ سنگریزه بردارد و بازیکنان دوم و سوم هر کدام در هر نوبت ۱ یا ۲ سنگریزه. بازیکنی که آخرین سنگریزه را بردارد برنده است. آیا اگر بازیکنان دوم و سوم با هم متحد شوند می‌توانند بازیکن اول را شکست دهند و یکی از خودشان برنده شود؟

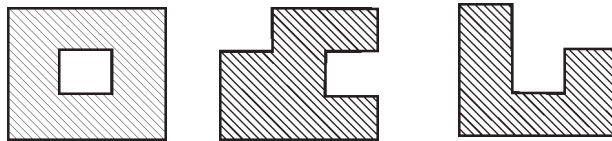
۵۶. در شکل زیر، در هر ردیف یک جایگشت دلخواه از عددهای ۱ تا ۵ را می‌نویسیم. سپس قدرمطلق تفاضل عددهایی را که زیر هم نوشته شده‌اند به دست می‌آوریم و پنج عدد به دست آمده را با هم جمع می‌کنیم. آیا این



حاصل جمع ممکن است عدد ۷ باشد؟

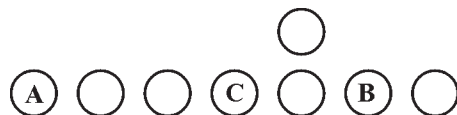
۵۷. آیا می‌توان در هر یک از ۹ خانه خالی متوالی، یکی از عددهای ۲، ۳ یا ۵ را قرار داد، به طوری که هیچ‌گاه حاصل ضرب چند عدد متوالی، یک مربع کامل نباشد؟

۵۸. آیا می‌توان حجمی ایجاد کرد که از پهلوی، روبه‌رو و بالا به شکل‌های زیر دیده شود؟



۵۹. ۸ سکه در یک ردیف قرار دارند. در هر حرکت می‌توان یک سکه را از روی دو سکه (مجاور یا روی هم) عبور داد. به شرط آن که سومین سکه، بعد از آنها وجود داشته باشد تا روی آن بنشینند و یک ستون دو سکه‌ای تشکیل دهد.

برای مثال در شکل زیر سکه‌های A و B می‌توانند روی سکه C قرار گیرند. آیا با ۴ حرکت می‌توان ۴ ستون دو



سکه‌ای تشکیل داد؟

۶۰. شعبده‌بازی سه شیء الف، ب و ج را در مقابل سه فرد a، b و c قرار می‌دهد و از آنها می‌خواهد که هر کدام یکی از ۳ شیء را بدون اطلاع شعبده‌باز بردارند. سپس شعبده‌باز به فرد a یک مداد، به فرد b دو مداد و به فرد c سه مداد می‌دهد. آنگاه ۳۰ مداد دیگر را در ظرفی قرار می‌دهد و از سه فرد مزبور می‌خواهد که در غیاب او، آن که شیء الف را دارد به همان تعدادی که قبلاً مداد گرفته است از مدادهای داخل ظرف بردارد، آن که شیء ب را برداشته است به اندازه دو برابر تعداد مدادهایی که قبلاً گرفته است، مداد بردارد و آن که شیء ج را دارد چهار برابر تعداد مدادهایی که دارد مداد بردارد. شعبده‌باز از اتاق خارج می‌شود و پس از بازگشت تعداد مدادهای باقیمانده در ظرف را ۱۸ عدد می‌بیند. آیا شعبده‌باز می‌تواند با این اطلاعات مشخص کند که هر فردی چه شیئی را در اختیار دارد؟