۱) در استانی ۱۰ شهر و ۴۰ جاده بین تعدادی از شهرها وجود دارد (هر جاده دو شهر را به‌هم وصل می‌کند). یک شهر «مرکز» نامیده می‌شود اگر مستقیماً به همه‌ی شهرها وصل باشد. در این استان حداکثر چندتا «مرکز» می‌توان داشت؟

الف) ۴ ب) ۵ ج) ۶ د) ۷ هـ) ۸

۲) در یک جدول نامتناهی دو نفر با نام‌های X و O با هم یک بازی X-O انجام می‌دهند. اول X بازی می‌کند. او یک x در یک خانه‌ی جدول می‌نویسد. سپس O یک o در یک خانه‌ی دل‌خواه دیگرمی‌نویسد و این کار تکرار می‌شود. X برنده است اگر موفق شود ۳ تا x در یک ستون یا در یک سطر پشت سرهم ردیف کند. به‌همین ترتیب، O برنده است اگر ۳ تا o را بتواند در یک سطر یا در یک ستون پشت سر هم بنویسد. می‌دانیم که X می‌تواند طوری بازی کند که برنده شود. اگر O بهترین بازی خود را انجام دهد، X چند حرکت نیاز دارد تا حتماً برنده شود؟

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ هـ) ۷

۳) برای کدام‌یک از مقادیر n می‌توان اعداد ۱ تا n را به دو دسته تقسیم کرد که مجموع اعداد هر دسته برابر باشد؟

الف) ۲۰۰۳ ب) ۲۰۰۲ ج) ۱۳۸۲ د) ۱۰ هـ) ۹

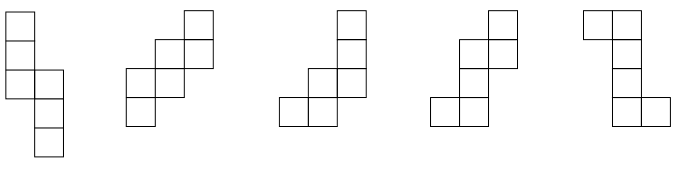
۴) یک گروه «انسان‌نما» شامل ۵ میمون است که بین هر دو میمون رابطه‌ی «دوستی» یا «دشمنی» برقرار است. این رابطه دوطرفه است، یعنی اگر a با b دوست (یا دشمن) باشد، b هم با a دوست (یا دشمن) است. هم‌چنین می‌دانیم که دوستِ دوست یک میمون و نیز دشمنِ دشمنِ او حتماً دوست اوست. چند گروه انسان‌نمای مختلف موجود است؟ توجه کنید که میمون‌های این گروه از هم متفاوت نیستند!

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ هـ) ۸

۵) ۱۰ نفر با نام‌های a_1 تا a_{10} داریم که هر کدام یا راست‌گوست و یا دروغ‌گو. راست‌گو همیشه راست و دروغ‌گو همیشه دروغ می‌گوید. به‌چند طریق می‌توان دروغ‌گو یا راست‌گو بودن a_1 تا a_{10} را تعیین کرد به‌طوری‌که هر نفر بتواند این جمله را بگوید که «از ۹ نفرِ دیگر، دقیقاً ۳ نفر راست‌گو و بقیه دروغ‌گو هستند.»؟

الف) ۱ ب) ۱۰ ج) ۱۲۰ د) ۱۲۱ هـ) ۲۱۱

۶) چه تعداد از این شکل‌ها را می‌توان با تا کردن از روی خطوط به یک مکعب واحد تبدیل کرد؟



الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ هـ) ۵

۷) اگر بتوانیم اعداد ۱، ۲، ...، و k را طوری با هم جمع و تفریق کنیم که حاصل بر ۱۱ بخش‌پذیر شود، می‌گوییم k عددی «خوب» است. برای مثال اعداد ۵ و ۳ هر دو عدد خوب هستند، زیرا $1 + 2 - 3 = 0$ و $1 - 2 + 3 + 4 + 5 = 11$. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد اعداد خوب درست است؟

الف) همه‌ی اعداد فرد بزرگ‌تر از ۱۰ خوب هستند.
ب) همه‌ی اعداد خوب بزرگ‌تر از ۱۰ فرد هستند.
ج) همه‌ی اعداد زوج بزرگ‌تر از ۱۰ خوب هستند.
د) از هر ۵ عدد متوالی بزرگ‌تر از ۱۰ حداکثر ۳ تا خوب هستند.
ه) گزینه‌های الف و ج هر دو صحیح هستند.

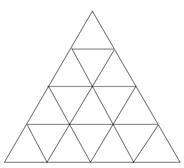
۸) ۲۰۰۴ خانه‌ی خالی با شماره‌های ۱ تا ۲۰۰۴ به‌ترتیب و در جهت ساعت‌گرد دور دایره‌ای قرار دارند. در خانه‌ی شماره‌ی ۱، یک مهره قرار می‌دهیم. امین و شایان شروع به بازی می‌کنند. در ابتدا امین مهره را یک خانه به جلو می‌برد و در خانه‌ی شماره‌ی ۲ قرار می‌دهد. از این به بعد، هر نفر در نوبت خود مهره را در جهت ساعت‌گرد تعدادی خانه به جلو می‌برد، به این ترتیب که اگر یک نفر در نوبت خود مهره را i خانه به‌جلو حرکت دهد، نفر بعد باید مهره را i یا $i + 1$ خانه به جلو حرکت دهد. اگر کسی مهره را وارد خانه‌ی ۱۳۸۲اُم کند بازی را می‌برد. دقت کنید که ممکن است مهره از روی خانه‌ی ۱۳۸۲ بپرد (در این صورت بازی ادامه می‌یابد). کدام گزینه صحیح است؟

الف) شایان می‌تواند طوری بازی کند که ببرد.
ب) امین می‌تواند طوری بازی کند که ببرد.
ج) امین می‌تواند طوری بازی کند که نبازد.
د) شایان می‌تواند طوری بازی کند که نبازد.
ه) گزینه‌های ج و د صحیح‌اند.

۹) برای دو عدد صحیح a و b، مقدار $x = a \oplus b$ را به این صورت به‌دست می‌آوریم: ابتدا a و b را به مبنای ۲ می‌بریم و این دو عددِ دودویی را طوری زیرِ هم می‌نویسیم که ارقام هم‌ارزش آن‌ها زیرِ هم قرار گیرند. حال برای هر دو رقمی که زیرِ هم نوشته شده‌اند، اگر آن دو رقم برابر بودند زیرِ آن‌ها ۰ و اگر برابر نبودند زیرِ آن‌ها ۱ می‌نویسیم. به این ترتیب عددِ x (در مبنای ۲) در زیرِ دو عددِ a و b به دست می‌آید. اگر کمی دقت کنید متوجه می‌شوید که $a \oplus b = b \oplus a$ و نیز $a \oplus b \oplus c = (a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$. مثلاً $\oplus$ بر روی اعداد ۲۵۶ ، ۲۴۰ ، ۲۰۴ و ۱۷۰ برابر ۴۰۶ است، چون $100000000 \oplus 11110000 \oplus 11001100 \oplus 10101010 = 110010110$.
مقدار $\oplus$ بر روی اعدادِ ۱۳۸۲، ۱۳۸۳، ...، ۲۰۰۳، ۲۰۰۴ کدام است؟

الف) ۳۱۱
ب) ۶۰۹
ج) ۱۰۲۴
د) ۱۳۸۱
ه) ۲۰۰۵

۱۰) به چند طریق می‌توان در ۱۶ مثلث شکل روبرو، اعداد ۰ یا ۱ نوشت، به‌طوری‌که مجموع اعداد موجود در مثلث‌های مجاورِ هر مثلث، فرد شود، و به چند طریق می‌توان همین‌کار را کرد که مجموع اعداد موجود در مثلث‌های مجاورِ هر مثلث، زوج شود؟ (دو مثلث مجاورند اگر در یک ضلع مشترک باشند.) پاسخ‌های این دو سئوال به‌ترتیب کدامند؟



الف) ۱ و ۱۶
ب) ۱۶ و ۱
ج) ۱۶ و ۱۶
د) ۰ و ۱۶
ه) ۰ و ۱۲۸

۱۱) هادی و کاوه مشغول بازی هستند. بازی به این صورت است که هر نفر در نوبت خود یکی از اعداد ۱ تا ۹ را که تا کنون نوشته نشده در یکی از خانه‌های خالی جدول می‌نویسد. این کار ادامه می‌یابد تا جدول پر شود. در انتها، ۴ عدد که حاصل‌ضرب‌های ۳ عدد سطرِ وسط، ۳ عدد ستونِ وسط و ۳ عددِ روی هر قطرِ مربع هستند را حساب می‌کنند و این ۴ حاصل‌ضرب را با هم جمع می‌کنند. کاوه می‌خواهد این مجموع را زیاد و هادی می‌خواهد این مجموع را کم کند. برای مثال این مجموع برای جدول روبرو برابر است با:

۳	۶	۱
۷	۹	۸
۲	۵	۴

$(8\times 9\times 7)+(6\times 9\times 5)+(1\times 9\times 2)+(4\times 9\times 3) = 504+270+18+108 = 900$

فرض کنید هادی و کاوه هر دو به بهترین نحو ممکن بازی می‌کنند و کاوه شروع‌کننده‌ی بازی است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف) مجموع نهایی بین ۲۰۰ تا ۴۰۰ است.
ب) مجموع نهایی بین ۴۰۱ تا ۶۰۰ است.
ج) مجموع نهایی بین ۶۰۱ تا ۸۰۰ است.
د) مجموع نهایی بزرگتر از ۸۰۰ است.
هـ) اطلاعات برای تعیین محدوده‌ی مجموع نهایی کافی نیست.

۱۲) دو دنباله‌ی ۱۰ تایی A و B از ارقام ۰ و ۱ داده شده‌اند. در هر حرکت می‌توانیم وضعیت ارقام A را از سمت چپ تا جای دلخواهی عوض کنیم (یعنی هر رقم ۱ را به ۰ و هر رقم ۰ را به ۱ تبدیل کنیم.) اگر $A = 1011100100$ و $B = 0011010010$ باشد، حداقل چند حرکت لازم است تا A به B تبدیل شود؟

الف) ۵
ب) ۶
ج) ۱۰
د) ۱۱
هـ) نمی توان از A به B رسید.

۱۳) می‌خواهیم k اسب شطرنج با شماره‌های ۱ تا k را طوری در صفحه‌ی 5×5 قرار دهیم تا بتوان اسب‌ها را به‌ترتیب شماره‌هایشان یک بار حرکت داد به‌طوری‌که در هیچ زمانی در یک خانه دو اسب قرار نگیرد. یک حرکت اسب به‌صورت L یعنی حرکت به ۲ خانه عمودی (یا افقی) بعدی وسپس یک خانه در جهت افقی (یا عمودی) است. بیشینه‌ی مقدار k چند است؟

الف) ۱۲
ب) ۱۳
ج) ۲۰
د) ۲۲
هـ) ۲۴

۱۴) به‌ازای کدام‌یک از مقادیر n که در گزینه‌ها آمده است، نمی‌توان اعداد ۱ تا n را در یک ردیف طوری قرار داد که: هر عدد دقیقاً یک بار آمده باشد، و اگر اختلاف هر دو عدد متوالی را بنویسیم تمام اعداد ۱ تا $n - 1$ نوشته شده باشند؟

الف) ۲۰
ب) ۳۲
ج) ۳۷
د) ۴۸
هـ) به‌ازای همه‌ی مقادیر n این‌کار ممکن است.

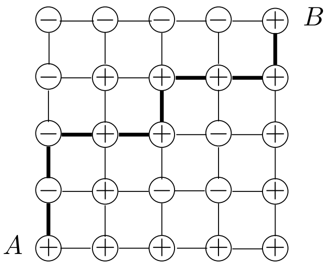
۱۵) عدد یک جای‌گشت عبارت است از تعدادِ جفت‌عددهای متوالی که هر دو عدد آن فرد باشند منهای تعداد جفت‌عددهای متوالی که هر دو عدد آن زوج باشند. برای مثال عدد جای‌گشت ۲۴۱۳۵۶ برابر $2 - 1 = 1$ است. بیشینه‌ی اعداد جای‌گشت‌های ۱ تا ۲۰ چیست؟

الف) ۰
ب) ۱
ج) ۹
د) ۱۰
هـ) ۱۹

۱۶) فردی در نقطه‌ی (۲, ۳) جدول مختصات قرار دارد. او در هر حرکت اگر در نقطه‌ی (i, j) باشد، می‌تواند به یکی از نقطه‌های $(i + i \times j, j)$، $(i - i \times j, j)$، $(i, j - i \times j)$، یا $(i, j + i \times j)$ برود. با تکرار این حرکت‌ها، این فرد به کدام‌یک از نقطه‌های زیر می‌تواند برسد؟

الف) (−۲۵٦, ۹۰۰۲)　　ب) (۱۵۳۵, −۲۵۳۰۱)　　ج) (−۱۸, ۱۵۴۰۰)

د) (۳۲, −۹۲۰۷)　　ه) (−۱۷۰۱, ۲۵٦)



۱۷) در شکل مقابل، چند مسیر مختلف به‌طول ۸ از A به B داریم که تعداد زوجی علامت − داشته باشد؟ یکی از این مسیرها در شکل نشان داده شده است.

الف) ۱۶　　ب) ۳۲　　ج) ۳۳　　د) ۳۵　　ه) ۶۴

۱۸) ۵۰ سکه‌ی ۱ تومانی و یک دستگاه داریم. هر بار می‌توان دو سکه‌ی a و b تومانی را وارد دستگاه کرد و یک سکه‌ی $a + b$ تومانی دریافت نمود. می‌دانیم که برای هر عدد طبیعی سکه وجود دارد. حداقل چند بار از این دستگاه استفاده کنیم تا ۵۰ سکه‌ی ۱ تومانی اولیه به یک سکه‌ی ۵۰ تومانی تبدیل شود؟

الف) ۴۵　　ب) ۴۶　　ج) ۴۷　　د) ۴۸　　ه) ۴۹

۱۹) همان سئوال قبلی را با این فرض که در ابتدا ۴۰ سکه‌ی ۱ تومانی در اختیار داریم در نظر بگیرید. برای تبدیل این سکه‌ها به یک سکه‌ی ۴۰ تومانی حداقل چند نوع سکه‌ی مختلف تولید می‌شود؟ برای مثال، برای تولید یک سکه‌ی ۸ تومانی ۴ نوع سکه‌ی مختلفِ ۱، ۲، ۴ و ۸ تومانی تولید می‌شود.

الف) ۷　　ب) ۸　　ج) ۹　　د) ۱۰　　ه) ۱۱

۲۰) ۱۳۸۲ وزنه‌ی یک شکل و با وزن‌های متمایز داریم که وزن هر کدام توانی از ۲ است. یک ترازوی دوکفه‌ای در اختیار داریم. در هر بار «توزین» می‌توانیم تعدادی از وزنه‌ها را در یک کفه و بقیه‌ی وزنه‌ها را در کفه‌ی دیگر قرار دهیم (همه‌ی وزنه‌ها باید در دو کفه‌ی ترازو قرار گیرند) و مجموع وزن وزنه‌های موجود در دو کفه را با هم مقایسه کرد. با حداقل چند بار توزین می‌توان سنگین‌ترین وزنه را پیدا کرد؟

الف) ۱۱　　ب) ۲۲　　ج) ۶۹۱　　د) ۱۳۸۱　　ه) این کار ممکن نیست.

۲۱) در سئوال قبل، سبک‌ترین وزنه را حداقل با چند بار توزین می‌توان پیدا کرد؟

الف) ۱۱　　ب) ۲۲　　ج) ۶۹۱　　د) ۱۳۸۱　　ه) این کار ممکن نیست.

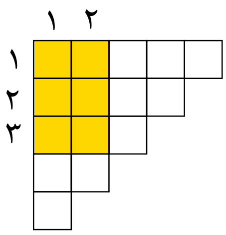
۲۲) جدول مختصات را در نظر بگیرید. در ثانیه‌ی صفر همه‌ی نقطه‌های آن سفیدند به‌غیر از نقطه‌ی $(۱,۰)$ که سیاه است. می‌دانیم که اگر در ثانیه‌ی t نقطه‌ی (i,j) سیاه و اختلافِ i و j برابر k باشد، در ثانیه‌ی $t+۱$ علاوه بر نقطه‌ی (i,j)، نقطه‌های $(i+k,j)$، $(i-k,j)$، $(i,j+k)$ و $(i,j-k)$ نیز سیاه خواهند شد. در پایانِ ثانیه‌ی ۶ چند خانه‌ی سیاه در جدول موجود است؟

الف) ۱۳۹ ب) ۱۵۶ ج) ۱۹۱ د) ۲۵۳ ه) ۵۴۶۱

۲۳) یک جدول ۵×۵ داریم که آن را به‌صورت شطرنجی سیاه و سفید کرده‌ایم به‌طوری‌که گوشه‌های جدول سیاه‌اند. در ابتدا در خانه‌ی سطر ۱ و ستون ۱ (خانه‌ی بالا و سمت چپ) قرار داریم. در هر مرحله اگر در خانه‌ی سیاه هستیم یک خانه به پایین و اگر در خانه‌ی سفید هستیم، یک خانه به راست می‌رویم. دقت کنید که اگر به انتهای سطر یا ستون برسیم از طرف دیگر وارد می‌شویم. بعد از ۱۳۸۲ مرحله در کدام خانه هستیم؟

الف) سطر ۱ و ستون ۱ ب) سطر ۲ و ستون ۲ ج) سطر ۱ و ستون ۵
د) سطر ۵ و ستون ۴ ه) سطر ۴ و ستون ۵

۲۴) پشت هر یک از خانه‌های جدول روبرو یک عدد نوشته شده است. این اعداد دیده نمی‌شوند. می‌خواهیم با کم‌ترین تعداد پرسش مجموع همه‌ی اعداد این جدول را بیابیم. در هر پرسش یک خانه‌ی x را مشخص می‌کنیم. در پاسخ، مجموع اعداد موجود در مستطیلی که خانه‌ی $(۱,۱)$، گوشه‌ی بالا و سمت چپ و خانه‌ی x گوشه‌ی پایین و سمت راست آن است گزارش می‌شود. مثلاً مستطیل مربوط به خانه‌ی $(۳,۲)$ در شکل مقابل نشان داده شده است. کمینه‌ی تعداد پرسش‌های لازم چند تاست؟



الف) ۵ ب) ۹ ج) ۱۰ د) ۱۴ ه) ۱۵

۲۵) می‌دانیم که عدد n ام فیبوناچی، یا F_n به‌این صورت تعریف می‌شود: $F_۰ = ۰$، $F_۱ = ۱$ و $F_n = F_{n-۱} + F_{n-۲}$ برای $n \geq ۲$. برای چه تعداد $۰ \leq n \leq ۱۰۰$ عدد F_n بر ۱۳ بخش پذیر است؟

الف) ۹ ب) ۱۱ ج) ۱۳ د) ۱۵ ه) ۱۷

۲۶) در یک کشور با واحد پول «تورو» دو نوع سکه‌ی پول خرد وجود دارد: ۱ تورویی و x تورویی. مقدار x چه‌قدر باشد تا اگر همه‌ی مبالغ ۱ تورو تا ۱۰۲۴ تورو را به سکه‌های پول خرد تبدیل کنیم، مجموع تعداد سکه‌های حاصل کمینه شود؟ فرض می‌کنیم که در هر خرد کردن کم‌ترین تعداد سکه را به‌دست می‌آوریم.

الف) ۲ ب) ۱۰ ج) ۳۲ د) ۱۲۸ ه) ۵۱۲

۲۷) فرض کنید که $p(i)$ حاصل‌ضرب ارقام غیر صفر عدد صحیح دهدهی i است. مثلاً، $p(۲۰۵) = ۱۰$. مقدار $p(۱) + p(۲) + \ldots, + p(۹۹۸) + p(۹۹۹)$ چه‌قدر است؟

الف) $۴۵^۳ - ۱$ ب) $۴۵^۳ - ۴۵^۲$ ج) ۴۵×۴۶^۲ د) $۴۶^۳ - ۱$ ه) ۴۶×۴۵^۲

۲۸) ۸۲ کارت به‌ترتیب بر روی هم قرار دارند. بر روی این کارت‌ها اعداد دل‌خواه ولی متمایزی نوشته شده‌اند. یک نفر دنباله‌ای از دستورهای (i, j) را به‌ترتیب بر روی این کارت‌ها اجرا می‌کند. دستور (i, j) یعنی این‌که اگر عدد نوشته شده بر روی کارت iام (از بالا) از عدد نوشته شده بر روی کارت jام بیش‌تر باشد، این دو کارت جا به جا شوند.
توجه کنید که این کار تغییری در ترتیب کارت‌های دیگر ایجاد نمی‌کند. دستورهای مقابل را یک بار از ابتدا تا انتها به‌ترتیب بر روی کارت‌های ورودی اجرا کنیم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین جواب برای وضعیت نهایی کارت‌هاست؟

(۱, ۲)
(۲, ۳)
(۱, ۲)
(۳, ۴)
(۲, ۳)
(۴, ۵)
(۳, ۴)
(۵, ۶)
(۴, ۵)
⋮
(۸۰, ۸۱)
(۷۹, ۸۰)
(۸۱, ۸۲)
(۸۰, ۸۱)

الف) کارت‌ها برحسب عددشان از بالا به پایین به‌صورت صعودی مرتب می‌شوند.
ب) کارت با بزرگ‌ترین عدد، پایین‌ترین کارت خواهد شد.
ج) کارت با بزرگ‌ترین عدد در پایین و کارت با دومین بزرگ‌ترین عدد درست بالای آن خواهد بود.
د) کارت با کوچک‌ترین عدد اولین کارت خواهد شد.
ه) کارت با کوچک‌ترین عدد اولین کارت و کارت با دومین کوچک‌ترین عدد کارت دوم خواهد بود.

۲۹) سه دسته کارت به‌ترتیب با a، b و c عدد کارت یک‌شکل داده شده اند. این وضعیت را با (a, b, c) نمایش می‌دهیم. هر بار می‌توانیم سه عدد کارت از یک دسته برداریم، یکی از آن‌ها را دور بریزیم و از دو تای دیگر یک کارت به هر کدام از دو دسته‌ی دیگر اضافه کنیم. این کار را تا وقتی که ممکن است تکرار می‌کنیم. مثلاً از ترکیب (۳, ۱, ۴) می‌توانیم به‌صورت زیر به (۰, ۲, ۱) برسیم.

$$(۳,۱,۴) \Longrightarrow (۰,۲,۵) \Longrightarrow (۱,۳,۲) \Longrightarrow (۲,۰,۳) \Longrightarrow (۳,۱,۰) \Longrightarrow (۰,۲,۱)$$

اگر از (۵, ۵, ٦) شروع کنیم، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند ترکیب نهایی باشد؟

الف) (۰, ۰, ۰) ب) (۲, ۱, ۰) ج) (۲, ۲, ۰) د) (۱, ۱, ۲) ه) (۱, ۱, ۰)

۳۰) می‌دانیم که با ۸ رقم دودویی می‌توان اعداد ۰ تا ۲۵۵ را نمایش داد. یعنی اگر عدد دودویی $(a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0)_2$ باشد مقدار آن برابر $128a_7 + 64a_6 + 32a_5 + 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0$ است.
اگر رقم a_4 (یعنی رقم با ارزش 2^4) به‌جای ۰ و ۱، دو مقدار ۱− و ۱ را اختیار کند، تعداد کل اعداد متمایز قابل نمایش با این ۸ رقم دودوئی چند تا است؟

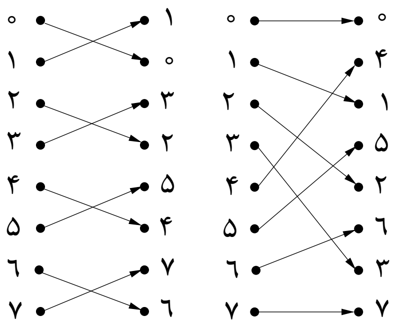
الف) ۱۲۸ ب) ۱۴۴ ج) ۱۹۶ د) ۲۵۶ ه) ۲۷۲

۳۱) به چند حالت می‌توان یک جدول ۳×۳ را با اعداد ۰ و ۱ پر کرد که تعداد ۱های موجود در همسایه‌های هر خانه، فرد باشد. دو خانه همسایه‌ی یک‌دیگرند اگر در یک ضلع یا یک گوشه مشترک باشند. پس تعداد همسایه‌ها حداقل ۳ و حداکثر ۸ تاست. هیچ خانه‌ای همسایه‌ی خودش محسوب نمی‌شود.

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۸ ه) ۳۲

۳۲) از هر نفر در یک گروه ۱۶ نفره می‌پرسیم که چند نفر دیگر در گروه وجود دارند که هم‌قد او هستند. ۱۵ تا از جواب‌ها این‌چنین اند: ۶ تا جواب ۱، ۶ تا جواب ۲، ۳ تا جواب ۳. با فرض آن‌که همه راست می‌گویند، جواب نفر ۱۶ام چیست؟

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) چنین جواب‌هایی ممکن نیست.



۳۳) ۸ کارت بر روی هم قرار دارند. بر روی این کارت‌ها اعداد ۰ تا ۷ به‌ترتیب از بالا به پایین نوشته شده است (کارت ۰ روست). دو نوع بُر زدن داریم که در شکل مقابل آمده است. یکی «تعویض» که کارت‌ها را از رو دو به دو با هم تعویض می‌کند. دیگری «بُر کامل» است که کارت را از رو به دو دسته‌ی چهار کارتی تقسیم می‌کند و به صورت کامل دو دسته را با هم بُر می‌زند تا یک دسته کارت ۸ تایی به‌دست آید. ترتیب قرار گرفتن کارت‌ها پس از یک بُر کامل و نیز یک تعویض در شکل نشان داده شده است. می‌خواهیم با حداقل تعداد بُر زدن‌ها (عددِ B) کاری کنیم که در نهایت کارت با یک عدد دل‌خواه به روی دسته‌کارت بیاید. بیش‌ترین مقدار B چه‌قدر است؟

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶ هـ) ۷

۳۴) یک شمارنده‌ی دودویی سه رقمی به‌طور معمول اعداد صفر $(000)_2$ تا هفت $(111)_2$ را می‌شمارد. اگر عدد دودویی شمارنده $(a_2a_1a_0)_2$ باشد، عددی که نشان می‌دهد برابر $a_0 + 2a_1 + 4a_2$ است.. فرض کنید یکی از رقم‌های این شمارنده خراب شده است و به‌جای ۰ و ۱، دو مقدار دیگر (مثلاً ۰ و ۲، ۱ و ۳، ۲ و ۳ یا مقادیر دیگر) را اختیار می‌کند. در نتیجه شمارنده به‌جای اعداد ۰ تا ۷، به‌ترتیب اعداد ۲، ۳، ۶، ۷، ۶، ۷، ۱۰ و ۱۱ را نمایش می‌دهد. رقم خراب، و دو مقداری که اختیار می‌کند کدام است؟

الف) رقم a_1 و مقادیر ۱ و۲ ب) رقم a_1 ومقادیر ۱ و ۳ ج) رقم a_0 ومقادیر ۲ و ۳
د) رقم a_0 ومقادیر ۲ و ۴ هـ) رقم a_2 و مقادیر ۱ و ۲

۳۵) عدد صحیح N و یک چراغ روشن مفروض است. دستورالعمل زیر را به‌ترتیب یک بار برای $N = 1382$ و یک بار دیگر برای $N = 2004$ اجرا کنید و معین کنید که به‌ترتیب چند بار در بار اول اجرا ($N = 1382$) و چند بار در بار دوم اجرا ($N = 2004$)، هوپ می‌گوئید. مثلاً اگر دستورالعمل را به‌ترتیب برای $N = 3$، و $N = 5$، اجرا کنید، جواب سئوال ۱ و ۰ (یک هوپ برای $N = 3$، و صفر هوپ برای $N = 5$) خواهد بود.
دستورالعمل:

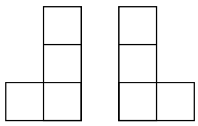
۱) چراغ را خاموش کن.
۲) اگر $N = 0$ است، برو به ۷ وگرنه برو به ۳.
۳) N را بر ۲ تقسیم کن. خارج قسمت آن را N و باقی‌مانده را R نام ده. برو به ۴.
۴) اگر $R = 1$ است برو به ۵ وگرنه برو به ۶.
۵) اگر چراغ خاموش است آن‌را روشن کن، وگرنه بگو «هوپ». در هر صورت برو به ۲.
۶) اگر چراغ روشن است آن‌را خاموش کن و برو به ۲.
۷) پایان دستورالعمل.

الف) ۲ و ۲ ب) ۲ و ۴ ج) ۶ و ۷ د) ۴ و ۳ هـ) ۴ و ۵

۳۶) دو دنباله‌ی $A = 1, 10111, 10$ و $B = 111, 10, 0$، هریک شامل ۳ رشته از ۰ و ۱ داده شده‌اند. با داشتن دنباله‌ی دل‌خواه $c = c_1, c_2, ..., c_n$ (به‌طوری‌که $c_i \in \{1, 2, 3\}$، برای هر $1 \le i \le n$)، دو رشته‌ی a و b را به‌ترتیب از اعضای A و B به شرح زیر می‌سازیم: فرض کنید منظور از A_i، و B_i به‌ترتیب عضو iام A و عضو iام B باشد، آن‌گاه $a = A_{c_1}A_{c_2}\cdots A_{c_n}$ و $b = B_{c_1}B_{c_2}\cdots B_{c_n}$. مثلاً اگر $c = 1, 1, 2$ باشد، $a = A_1A_1A_2 = 1110111$ و $b = B_1B_1B_2 = 11111110$.

طول کوتاه‌ترین دنباله از اعداد ۱، ۲، و ۳ را بیابید به‌طوری‌که $a = b$.

الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵ هـ) ۶

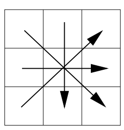


۳۷) می‌خواهیم خانه‌های یک جدول ۳ × ۳ را با علامت‌های + و − پر کنیم به‌طوری‌که تعداد علامت‌های + در هر چهار خانه‌ای که تشکیل یک شکل L–مانند دهد، زوج باشد. شکل L–مانند شکل‌های مقابل و یا شکلی است که از دوران آن‌ها به‌دست می‌آید. به‌چند روش می‌توان این کار را انجام داد؟

الف) ۴ ب) ۶ ج) ۸ د) ۱۲ هـ) ۱۶

۳۸) دو سینی داریم که در یکی از آن‌ها ۱۰ بشقاب روی هم چیده شده و سینی دیگر خالی است. هر بشقاب، یکی از ۵ رنگ را دارد و هر رنگ دقیقاً ۲ بار آمده است. در یک حرکت، می توان هرکدام از بشقاب‌های سینی اول را برداشت و روی بشقاب‌های موجود در سینی دوم گذاشت. توجه شود که این بشقاب را فقط روی بشقاب‌های سینی دوم می‌توان قرار داد، و نمی‌توانیم زیر بشقاب دیگری قرار دهیم.
هدف این است که بعد از ۵ حرکت، رنگ بشقاب های دو سینی به ترتیب از پایین به بالا دقیقاً یکسان شود. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

الف) ۳۲ ب) ۶۴ ج) ۱۲۰ د) ۲۵۲ هـ) بستگی به وضعیت ابتدایی دارد.



۳۹) یک جدول ۳×۳ از اعداد ۱ تا ۵ موجود است. اگر ارقام موجود در هر یک از سطرها را از چپ‌به‌راست، ارقام هریک از ستون‌ها را از بالا به پایین، و نیز ارقام دو قطر را به‌صورت شکل مقابل کنار هم بنویسیم، ۸ عدد سه رقمی به‌دست خواهد آمد. اگر ۱۱۲، ۱۲۱، ۱۲۳، ۱۵۳، ۲۴۳، ۳۱۳، و ۳۲۲، ۷ تا از این اعداد باشند، عدد هشتم کدام است؟

الف) ۵۲۴ ب) ۴۲۵ ج) ۲۵۴ د) ۵۱۴ هـ) ۴۱۵

۴۰) یک عدد، «آینه‌ای» است اگر از هر دو طرف راست و چپ یک مقدار خوانده شود؛ مثلاً اعداد ۱۲۲۱ و ۵۹۵ آینه‌ای هستند ولی ۱۰۱۰ نیست. یک ساعت دیجیتال زمان‌را با یک عدد شش رقمی $hhmmss$ نشان می‌دهد که hh نشان دهنده‌ی ساعت (از 00 تا 23)، mm و ss نشان‌دهنده‌ی دقیقه و ثانیه (از 00 تا 59) هستند. ساعت در ابتدای هر شبانه‌روز 000000 و در آخرین ثانیه‌ی آن 235959 است. عدد نشان داده شده در یک ساعت دیجیتال چند بار در یک شبانه‌روز آینه‌ای می‌شود؟

الف) ۳۶ ب) ۹۶ ج) ۱۴۴ د) ۲۴۰ هـ) ۱۰۰۰

«موفق باشید»