



فاینال – تابستان سی و دومین دوره المپیاد کامپیوتر

۱۵ شهریور ۱۴۰۱

آزمون عملی سوم

-
- آزمون شامل سه سوال است. زمان آزمون پنج ساعت است.
 - شما برای هر سوال می‌توانید حداکثر ۵۰ ارسال انجام دهید.
 - بین هر دو ارسال متوالی برای یک سوال باید حداقل ۱ دقیقه فاصله باشد.
 - برای بالا بردن سرعت خروجی می‌توانید از `ios::sync_with_stdio(false)` استفاده کنید.
 - موارد مبهم در سوالات را فقط از طریق قسمت Clarification پرسید.
 - نام کاربری شما برای ورود به سیستم Summer1401Day3 و رمز عبورتان palang است.
 - اگر هنگام اجرای برنامه، کامپیوترتان قفل کند، ابتدا مشکل را گزارش کنید. در ادامه این را در نظر بگیرید که ممکن است کدتان در یک حلقه گیر کرده باشد. برای اجرای کدتان از بخش testing سایت استفاده کنید.



فاینال – تابستان سی و دومین دوره المپیاد کامپیوتر ۱۵ شهریور ۱۴۰۱ آزمون عملی سوم

Lake

برکه (lake)

محدودیت زمانی: ۱ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

روزی از روزهای تابستان، استاد و شاگردانش به دل طبیعت رفته‌اند. برکه‌ای در نزدیکی آن‌ها وجود دارد که روی آن n برگ در یک ردیف قرار گرفته‌اند، به طوری که دو سمت ردیف خشکی قرار دارد. استاد متوجه شد روی برخی از برگ‌ها یک قورباغه نشسته است.

باران شدیدی می‌بارد. قورباغه‌ها که از جمع شدن آب زیاد در برکه می‌ترسند، می‌خواهند به سمت خشکی بروند. استاد به کمک قورباغه‌ها می‌رود تا هر چه سریع‌تر همه‌ی قورباغه‌ها را به سمت خشکی هدایت کند. او در هر ثانیه می‌تواند به یک قورباغه دستور پرش در جهت دلخواش بدهد. سپس قورباغه انتخاب شده در جهت مد نظر استاد می‌پرد و روی اولین برگی (یا خشکی) که قورباغه‌ای روی آن نیست، فرود می‌آید.

وقتی همه‌ی قورباغه‌ها به خشکی برسند، استاد خوشحال می‌شود ولی استاد باید حواسش به شاگردانش نیز باشد، پس هر چه سریع‌تر باید قورباغه‌ها را به خشکی برساند. استاد بسیار باهوش است و قورباغه‌ها را در سریع‌ترین زمان ممکن به خشکی می‌رساند.

بعد از بازگشت به مدرسه، استاد از همین اتفاق از بچه‌ها امتحان می‌گیرد. او دنباله‌ای n از قورباغه‌ها را روی تخته می‌کشد. سپس در q گام، هر بار یکی از دو کار زیر را انجام می‌دهد:

۱. $change\ idx$: وضعیت قورباغه روی برگ idx تغییر می‌کند، اگر روی آن قورباغه‌ای بوده به برکه می‌رود و اگر نبوده قورباغه‌ای از برکه روی آن می‌پرد.

۲. $get\ l\ r$: از یک دانش‌آموز سوال می‌پرسد که اگر فقط قورباغه‌های بازه $[l, r]$ را در نظر بگیریم و دو سمت این بازه را خشکی فرض کنیم، چند ثانیه زمان می‌برد تا استاد همه قورباغه‌ها را به خشکی برساند.

دانش‌آموزان در این اردو بسیار خسته شده‌اند و توانایی جواب دادن به استاد را ندارند. با مهارت‌های خود به دانش‌آموزان کمک کنید تا پاسخ سوالات استاد را پیدا کنند.

ورودی

در خط اول ورودی دو عدد طبیعی n تعداد کل قورباغه‌ها و q تعداد پرسش‌های استاد به ترتیب می‌آیند. در خط دوم ورودی a_1, a_2, \dots, a_n به ترتیب می‌آیند. a_i برابر صفر است اگر روی i - امین برگ از سمت چپ قورباغه‌ای وجود نداشته باشد و در غیر این صورت برابر یک می‌باشد.

در هر یک از q خط بعدی، یکی از دو شکل پرسشی که در صورت سوال گفته شد، می‌آید.

خروجی

به ازای هر بار پرسش نوع دوم استاد، در یک خط کمترین زمان ممکن برای به خشکی رساندن قورباغه‌ها را چاپ کنید.

محدودیت‌ها

$$1 \leq n \leq 100000 \bullet$$

$$1 \leq q \leq 100000 \bullet$$

$$0 \leq a_i \leq 1 \bullet$$

$$1 \leq l, r, idx \leq n \bullet$$

زیرمسئله‌ها

محدودیت‌ها	نمره	زیرمسئله
$n \leq 3000$	۱۴	۱
در همه کوئری‌های نوع دوم $l = 1$ و $r = n$ می‌باشد.	۵۳	۲
بدون محدودیت اضافی	۳۳	۳

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
6 8	5
1 1 0 1 1 1	4
get 1 6	2
change 5	2
get 1 5	0
change 2	
get 2 5	
change 4	
get 1 6	
get 2 4	



فاینال – تابستان سی و دومین دوره المپیاد کامپیوتر
۱۵ شهریور ۱۴۰۱
آزمون عملی سوم

GCD

جی سی دی (gcd)

محدودیت زمانی: 2 ثانیه

محدودیت حافظه: 256 مگابایت

جک بعد از اینکه به دوستان المپیاد کامپیوتری خود خیانت کرد و به سمت المپیاد ریاضی رفت، در کلاس های المپیاد ریاضی ثبت نام کرد. در هفته اول ۳ کلاس جبر، ترکیبیات و نظریه اعداد داشت. در کلاس جبر با تابع و در کلاس نظریه اعداد با ب.م.م (بزرگترین مقسوم علیه مشترک) و در کلاس ترکیبیات با مفاهیم جایگشت آشنا شد.

حال او آموخته های خود را ترکیب کرده و تابع $f(x)$ را به شکل زیر ساخته است:

$f(x)$ برابر بزرگترین مقسوم علیه مشترک تمامی عددهایی است که ممکن است از جایگشت دادن ارقام عدد x به دست بیاید؛ برای مثال برای عدد ۱۲۰، جایگشت های ممکن برابر $\langle 12, 21, 102, 120, 201, 210 \rangle$ است که ب.م.م آنها برابر ۳ است.

حال سوالی که برای جک پیش آمده این است که اگر به ازای همه ی اعداد ۱ تا n مقدار $f(x)$ را حساب و جمع کنیم به چه عددی می رسیم؟

او این سوال را پیش دوستان المپیاد ریاضی خود مطرح کرد ولی دوستان او در حل این مسئله ناتوان بودند. او دست از پا درازتر پیش دوستان المپیاد کامپیوتری خود آمد و سوالش را به آنها گفت تا برایش حل کنند.

دوستان او از اینکه جک به آنها خیانت کرده بود، ناراحت بودند و به دنبال انتقام بودند؛ از این رو سوال او را دزدیدند و برای فاینال های عملی پیشنهاد دادند. از آنجا که سوال جک مورد قبول واقع شد، شما باید این سوال را حل کنید!

ورودی

در تنها خط ورودی عدد n داده می شود.

خروجی

در تنها خط خروجی جواب سوال جک یا همان $\sum_{i=1}^n f(i)$ را چاپ کنید.

محدودیت ها

- $1 \leq n < 10^{5,001}$
- عدد ورودی صفر پشت عدد ندارد.

زیرمسئله‌ها

محدودیت‌ها	نمره	زیرمسئله
$n \leq 10^6$	۸	۱
$n \leq 10^{18}$	۳۵	۲
$n < 10^{501}$	۲۹	۳
بدون محدودیت اضافی	۲۸	۴

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
20	79
123456	966228

شرح ورودی و خروجی نمونه

در مثال اول مقدار تابع به ازای اعداد یک‌رقمی برابر با خودشان است و به ازای باقی اعداد به صورت زیر است:

x	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
$f(x)$	۱	۱۱	۳	۱	۱	۳	۱	۱	۹	۱	۲

پس حاصل به صورت کلی برابر ۷۹ خواهد بود.



فاینال - تابستان سی و دومین دوره المپیاد کامپیوتر ۱۴ شهریور ۱۴۰۱ آزمون عملی سوم

factory

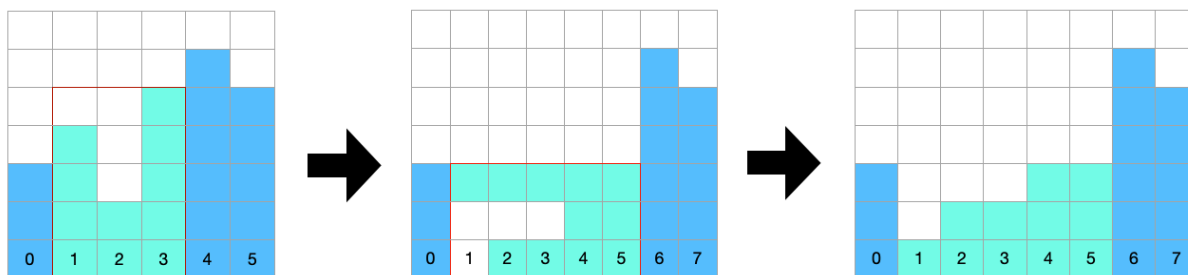
کارخانه (Factory)

محدودیت زمانی: ۱ ثانیه

محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در یک کارخانه جعبه‌سازی تعدادی جعبه روی هم قرار داده شده‌اند. جعبه‌ها در تعدادی ستون روی یکدیگر هستند. a_i جعبه در ستون i ام روی هم قرار گرفته‌اند. رئیس کارخانه به تازگی یک ماشین چرخش تهیه کرده که می‌تواند عملیات زیر را انجام دهد:

- بازه دلخواه $[l, r]$ را انتخاب می‌کند، یک مستطیل که طول (l, r) و ارتفاع $(0, \max(a_l, a_{l+1}, \dots, a_{r-1}))$ می‌کشد و مستطیل را ۹۰ درجه پادساعتگرد می‌چرخاند، سپس فضای خالی زیر جعبه‌ها پر می‌شود. برای درک بهتر به مثال زیر توجه کنید.



شکل ۱: چرخش بازه $(1, 5)$. ستون‌ها از ۰ شماره‌گذاری می‌شوند.

رئیس کارخانه به دنبال این است که تمامی ستون‌ها حداکثر شامل یک جعبه باشند. او می‌خواهد مهندسی استخدام کند تا با استفاده از ماشین چرخش او را به هدفش برساند. ماشین چرخش پر هزینه است و رئیس شرکت می‌خواهد با تعداد کمی عملیات او را به خواسته‌اش برساند. در قسمت زیر مسئله‌ها در مورد نحوه نمره‌دهی بخوانید.

رئیس کارخانه ستون‌ها را به صورت یک رشته دودویی درآورده است به طوری که هر ستون تعدادی ۰ متوالی در رشته است که با ۱ از یکدیگر جدا می‌شوند و خود ۱ نیز در آن حساب می‌شود. به طور مثال در شکل ۱ که دنباله ستون‌ها $(5, 6, 2, 4, 3)$ می‌باشد، رشته آن برابر $0010001010000100000100001$ می‌باشد. تضمین می‌شود که آخرین حرف این رشته حتما ۱ است.

ورودی

در خط اول ورودی سه عدد طبیعی n طول رشته، m تعداد کل جعبه‌ها و k شماره زیرمسئله به ترتیب می‌آیند. در خط دوم ورودی رشته‌ای دودویی به طول n می‌آید که دقیقاً m رقم صفر دارد.

خروجی

ابتدا تعداد عملیات‌هایی که انجام می‌دهید را چاپ کنید. سپس به ترتیب در هر خط بازه‌ای که آن را می‌چرخانید را به صورت l و r چاپ کنید که یعنی بازه $[l, r]$ با شماره‌گذاری‌های جدید را می‌چرخانید.

محدودیت‌ها

- $1 \leq n, m \leq 4000000$
- $1 \leq k \leq 4$
- رشته باینری و اندازه آن برابر n است.

زیرمسئله‌ها

محدودیت‌ها	نمره	زیرمسئله
$n \leq 10^3$ ، حداکثر ۵۰۰ عملیات می‌توانید انجام دهید.	۵	۱
$n \leq 10^5$ ، حداکثر ۶۵۰ عملیات می‌توانید داشته باشید و اگر x عملیات داشته باشید، نمره شما از این زیرمسئله $\min(25, 20 + 5 \times \frac{650-x}{33})$ خواهد بود.	۲۵	۲
$n \leq 5 \times 10^5$ ، حداکثر ۸۵ عملیات می‌توانید انجام دهید.	۲۵	۳
$n \leq 4 \times 10^6$ و حداکثر ۱۴۰ عملیات می‌توانید انجام دهید. اگر تعداد عملیات‌های شما x و $100 \leq x \leq 140$ باشد، در صورت $x = 140$ نمره می‌گیرید و $x = 100$ نمره و هر مقدار بین این دو به صورت خطی نمره افزایش می‌یابد. اگر $2070 < x \leq 100$ نمره می‌گیرید. در صورت $30 \leq x \leq 70$ نیز به صورت خطی بین ۳۰ تا ۴۵ نمره دریافت می‌کنید. در صورت $x \leq 30$ نیز کل نمره را دریافت خواهید کرد.	۴۵	۴

ورودی و خروجی نمونه

ورودی استاندارد	خروجی استاندارد
15 6 1	6
100011001001001	0 6
	1 4
	0 7
	2 3
	1 2
	0 1