

باسمه تعالی

دوره‌ی تابستانی المپیاد کامپیوتر
آزمون میان دوره‌ای هفتمی گراف
یکشنبه ۲۶ تیر ۱۳۹۰

وقت: ۲۴۰ دقیقه

اسفندیاری

مسئله‌ی اول، درختچه‌ها ۱۵ امتیاز

ثابت کنید اگر میانگین درجه‌های گراف G اکیداً بیشتر از ۲۴ باشد، آنگاه هر درخت ۱۴ راسی زیر گرافی از G است.
توجه : در مساله‌ی اول اگر از هر نوع قضیه یا لم استفاده می کنید باید آن را اثبات کنید.

مسئله‌ی دوم، دوره‌های پوشا ۲۵ امتیاز

ثابت کنید به ازای هر گراف سه منتظم دو بخشی G ، مجموعه S از دوره‌ها در G وجود دارد به صورتی که هر یال G دقیقاً در دو دور از S باشد.

مسئله‌ی سوم، افراز یالی ۲۵ امتیاز

ثابت کنید به ازای هر گراف همبند زوج یالی G ، مجموعه T از زیرگراف‌های یکرخت با P_2 وجود دارد به صورتی که هر یال G دقیقاً در یکی از اعضای T باشد.

مسئله‌ی چهارم، موازنه گراف ۳۵ امتیاز

ثابت کنید به ازای هر گراف چندگانه دوبخشی G که تمام درجه‌های آن زوج است، می توان طوری عدد $+1$ یا -1 را به یال‌های G نسبت داد به طوری که :

۱ - به ازای هر یال e مجموع عدد روی e و تمام یال‌هایی که حداقل یک سر مشترک با یال e دارند، حداقل یک باشد.

۲ - مجموع اعداد روی همه ی یال‌ها حداکثر n باشد. (که n تعداد راس‌های گراف G است).

«سر به خاک سر کوی تو نهد جان ای دوست
جان چه باشد که فدای رخ زیبا نشود»