

باسمه تعالی

دوره تابستانی المپیاد کامپیوتر

مسئله‌های مستقل پیشنهادی برنامه‌نویسی

۲۳ تیرماه ۱۳۸۵ کیان میرجلالی^۱، آیدین نصیری شرق

علامت (*) نشان دهنده‌ی سخت‌تر بودن قسمت مورد نظر است.

علامت (+) در نسخه‌ی دوم افزوده شده است.

سوالات این مجموعه به ترتیب سختی مرتب نشده‌اند.

(۱) چاپ میانگین حسابی، هندسی، اقلیدسی و ... برای n عدد

(۲) جدول ضرب (متوازن، با رعایت فاصله)

(۳) محاسبه‌ی جمع ارقام یک عدد

(۴) تغییر مبنایها

حالت خاص: مبنایهای توان ۲ — استفاده از ساختار نگه‌داری اعداد در حافظه‌ی کامپیوتر و عملگرهای محاسباتی shift و and و or و ...

(+) آشنایی با کارهای جالب عملگرهای محاسباتی، نظیر استخراج یک بیت خاص یا تغییر آن، با یک دستور

(۵) بردن به بسط فاکتوریلی

(۶) متناظر کردن جایگشت‌ها با اعداد $1 \dots n!$

(+) و برعکس

(۷) چک کردن پرانتزگذاری‌های معتبر و (*) تولید آن‌ها با پرسیدن شماره‌شان (وقتی مرتب شده‌اند)

(۸) رشته‌ها و اعداد متقارن (*Palindrome*)، n مین عدد اول متقارن

(۹) (+) سربازهایی که در یک ردیف به صورت L یا R ایستاده‌اند و اگر رو به هم باشند بر می‌گردند

پس از چند مرحله متوقف می‌شوند؟ پس از چند چرخش متوقف می‌شوند؟ (*) با $O(n)$

(۱۰) (+) کار با لینک‌لیست‌ها

حذف و اضافه به یک لینک‌لیست مرتب

^۱ این گزیده در تاریخ ۱۶ تیرماه ۱۳۸۴ برای دانش‌آموزان سال دوم دوره‌ی «گذر» گردآوری شده بود

معکوس کردن لینک لیست (با ۳ متغیر)

ادغام (Merge) دو لینک لیست

(۱۱) چاپ اشکال ستاره‌ای. مثلاً

```

      *
    * *
  *   *
*     *
*     *
*     *
*     *
*     *
*     *
*     *

```

,

```

      *
    ***
  *****
*         *
*         *
*         *
*         *
*         *
*         *
*         *
*         *

```

(۱۲) اعداد فیبوناچی:

- بازگشتی
- دستی (با ۳ متغیر)
- با آرایه [0 .. n]
- با آرایه [0 .. 2]
- حالت عمومی: با گرفتن رابطه‌ی بازگشتی و نقاط فرار، $f(n)$ حساب شود.

(۱۳) محاسبات عددی:

- محاسبه‌ی چندجمله‌ای $P(x)$ برای چند مقدار x
- (+) با n عمل ضرب و $n + ۱$ عمل جمع
- ضرب دو چندجمله‌ای $O(n^۲)$ و $O(n^{\log_۲ ۳})$ (*)
- ضرب دو ماتریس و (*) به میان آوردن بحث کشینگ و ترتیب بهینه‌ی اجرای حلقه‌ها
- محاسبه‌ی $Sin(x)$
- محاسبه‌ی $Cos(x)$
- محاسبه‌ی e^x
- محاسبه‌ی دترمینان ماتریس

(۱۴) نظریه اعداد:

- اوّل بودن یک عدد در $O(\sqrt[n]{n})$ ، با نگهداری اعداد اوّل قبل از آن
- مقسوم‌علیه‌های یک عدد
- $n!$ امین عدد اول

- n مین عدد اول متقارن
- تجزیه‌ی اعداد به عوامل اول
- $divsum(n)$: جمع مقسوم علیه‌های n به جز خودش.
- زوج‌های متناهی کوچک‌تر از X : (a, b) یک زوج متناهی‌اند اگر $divsum(a) = b$ و $divsum(b) = a$.
- اعداد کامل کوچک‌تر از X : n کامل است اگر $divsum(n) = n$.
- $(*)$ ب.م.م. و ک.م.م. دو عدد
- $(*)$ چاپ $\phi(n)$: تعداد اعداد نابزرگتر از n که نسبت به n اول اند.

(۱۵) بازی‌ها:

- سنگریزه‌ها: هر کس در نوبت خود ۱، ۲، ... یا k سنگ را برمی‌دارد.
- Binary Search Games
- $(+)$ ما حدس بزنیم. ما در نظر بگیریم، کامپیوتر حدس بزند، بگوید دروغ می‌گوییم
- $(+)(*)$ بتوانیم یک بار دروغ بگوییم.
- NIM $(*)$
- شما بگویید.

(۱۶) هندسی:

- مساحت چندضلعی ساده
- $(*)$ نقطه‌ی برخورد دو پاره‌خط
- $(*)$ نقطه‌ی برخورد دو دایره
- $(*)$ طول مماس مشترک دو دایره

(۱۷) کار با رشته‌ها:

- تبدیل همه‌ی حروف یک رشته به حروف بزرگ
- نوشتن اعداد به حروف
- نوشتن ساعت به حروف
- پیدا کردن زیررشته درون رشته $O(mn)$ و $(*)$ با Hash

(۱۸) Data Manipulation:

- محاسبه‌ی معکوس جایگشت $O(n)$
- دَوَران n عنصر آرایه به اندازه‌ی m تا: با زمان $O(n)$ و حافظه‌ی اضافه‌ی $O(1)$
- مرتب‌سازی

Bubble Sort —

:p Kian's Simple Sort —

Insertion Sort —
Merge Sort (*) —
Heap Sort (*) —
Quick Sort (*) —

۱۹) گراف:

- تبدیل ماتریس مجاورت به لیست مجاورت (و محاسبه‌ی درجه‌ی رؤوس) و برعکس
- Topological Sorting : $O(n^2)$ و $O(e)$ (*)
- نوبت شماسه.

۲۰) مسائل با حل بازگشتی:

- حل برج هانوی
- (+) چاپ تمامی جایگشت‌های ۱ تا n
- (+) و غیر بازگشتی آن البته!
- پیدا کردن میانه (*Median*) دو آرایه‌ی مرتب در زمان $O(\lg N)$
- چاپ وارون یک آرایه‌ی لینک‌لیست مانند (مثل *update* داینامیک)
- یاد م رفت.
- مسائل گرافیکی: اگر بشود از محیط گرافیکی استفاده کرد برنامه‌های خیلی مفیدی می‌توان داد:
- صفحه پرکن هیلبرت
- مثلث سرپینسکی، خم کخ و دیگر فرکتال‌های خود متشابه

۲۱) تبدیل SAT به 3SAT

۲۲) نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها:

- آیا زبان DFA خالی است؟
- تبدیل DFA به NFA
- آیا گرامر، تولید کننده است؟
- آیا گرامر، ϵ را تولید می‌کند؟
- (*) تبدیل گرامر به فرم نرمال چامسکی

۲۳) (+) متفرقه

- خودنگار (*Self Writer*)